

DOI 10.58351/2949-2041.2025.27.10.004

Васенин Валерий Иванович, к.т.н.,
Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь

Тюшев Андрей Ильич, студент,
Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь

Тюшева Валерия Ильинична, студентка,
Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь

Тюшева Дина Валерьевна, инженер
Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь

**ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОВРЕМЕННОГО
ЗАПОЛНЕНИЯ ЖИДКОСТЬЮ ЛИТЕЙНЫХ ФОРМ РАЗНЫХ РАЗМЕРОВ
ЧЕРЕЗ КОЛЬЦЕВУЮ И ЯРУСНУЮ ЛИТНИКОВЫЕ СИСТЕМЫ
RESEARCH OF SYNCHRONOUS FILLING FLUID THE FOUNING MOULDS
WITH DIFFERENT DIMENSION THROUGH THE RING-SHAPED
AND STAPE GATE SYSTEMS**

Аннотация: Теоретически и экспериментально исследовано одновременное заполнение двух форм через один стояк и две разные литниковые системы. Разработана методика расчета скоростей и расходов жидкости в каждом питателе и во всей системе. Этапом расчета всей системы является заполнение объема формы между рядом расположенными питателями ярусной литниковой системы. Изменяются по мере подъема уровня металла в формах коэффициенты сопротивлений, коэффициенты расхода работающих питателей и скорости истечения жидкости из питателей. Однако использование расчетного напора и метода последовательных приближений (5–8 шагов) при подсчете отношений скоростей в питателях позволило рассчитывать заполнение участков формы по ее высоте и всей формы даже для такой сложной системы, как кольцевая + ярусная. При заполнении форм, например, из питателей I–VI форма с кольцевой системой заполняется на высоту 714 мм за 89,4 с, а уровень в форме с ярусной системой будет равняться 220 мм. То есть в данном случае закон сообщающихся сосудов не работает, хотя скорости подъема жидкости в формах составляют порядка 0,01 м/с и ими можно пренебречь. Все определяет напор H в стояке, конструкции литниковых систем и размеры форм. По-видимому, можно считать доказанной возможность использования уравнения Бернулли для расчетов многопитательных литниковых систем. Хотя УБ выведено для потока с постоянным расходом, то есть для ЛС с одним питателем.

Abstract: Synchronous filling of fluid two the founding moulds through one riser and two various gating systems has been theoretically and experimentally investigated. Procedure calculation of fluid velocities and flow rates in each feeder and in all system has been developed. Stage of calculation all system – the filling of volume form between beside disposed feeders of stape gate system. Change by lift level metal in forms coefficients resistance, coefficients consumption working feeder and speeds flow from feeders. But using the design pressure and the method of successive approximations (5-8 steps) in calculating velocity ratios in feeders we could to calculate the filling of the mould sections between the feeders and the entire mould even for such complicated system as ring-shaped + stape gate. During of the filling, for example, from feeders I–



VI form with ring-shaped system fills by height 714 mm in 89.4 s, but the level with stape gate system makes 220 mm. That is to say in given case the law of communicated vessel not works, although speeds lift fluid in forms to make equal approximate 0,01 m/s and them is possible neglect. All determines the pressure H in riser, design of gating systems and dimension of forms. It seems we can consider the possibility of using the Bernoulli equation for calculating multi-feed gate systems despite the fact that Bernoulli equation has been derived for a flow with a constant flow rate, that is, for a single-feeder gating system.

Ключевые слова: литниковая чаша, стояк, коллектор, питатель, коэффициент сопротивления, коэффициент расхода, скорость потока, расход жидкости.

Keywords: gating bowl, riser, collector, feeder, resistance coefficient, flow coefficient, flow rate, liquid flow rate.

Введение

В статье [1] была впервые рассчитана L-образная литниковая система (ЛС) с определением коэффициента сопротивления и коэффициента расхода каждого питателя, скорости жидкости в каждом питателе и расхода во всей системе. Затем были теоретически и экспериментально исследованы разветвленная [2], крестовинная [3], ярусная [4, 5], P-образная, одно- и двухкольцевая системы [6-7], L-образная система с коллектором переменного сечения, система с двумя стояками одинаковой и разной высоты [8, 9]. Изучались вертикальные ЛС с разным количеством питателей на ярусах. Исследована вертикальная двухкольцевая ЛС, а также совместная работа горизонтальной кольцевой системы с ярусной или разветвленной системами. В расчетах многопитательных ЛС использовалось уравнение Бернулли, хотя оно выведено для потока с постоянным расходом (массой) [10, с. 12; 11, с. 205], то есть для ЛС с одним питателем. Следовательно, УБ работает и в потоке с переменным расходом, хотя непонятно, почему оно работает. И возможность использования УБ при расчетах ЛС с изменяющимся от максимального до нуля расходом в коллекторе (шлакоуловителе) теоретически не доказана. Также было исследовано полное заполнение жидкостью формы через ярусную [12] и кольцевую [13] литниковые системы. Возникает проблема изучения одновременного заполнения двух литейных форм через ярусную и кольцевую литниковые системы, при этом питатели в кольцевой литниковой системе (КЛС) находятся на одном уровне, а в ярусной литниковой системе (ЯЛС) – на разных уровнях (ярусах). Этому посвящена настоящая работа.

Методика исследований

Гидравлическая система показана на рис 1, 2 и 3. Система состоит из литниковой чаши, стояка, двух горизонтальных каналов, вертикального канала, горизонтального и вертикального коллекторов, 10-ти одинаковых питателей I–X. Внутренний диаметр чаши равен 272 мм, высота воды в чаше – 103,5 мм. Уровень жидкости H – расстояние по вертикали от сечения 1–1 в чаше до продольной оси горизонтального коллектора (плоскости сравнения 0–0 на рис. 3) – поддерживался постоянным путем непрерывного доливания воды в чашу и слива ее излишек через специальную щель в чаше: $H = 0,8395$ м. Слева от стояка расположена форма с кольцевой литниковой системой (КЛС), справа от стояка – форма с ярусной литниковой системой (ЯЛС).

Размеры формы с КЛС в горизонтальном сечении – $0,1669 \times 0,2642$ м, объем части формы А $W_A = 0,1669 \cdot 0,2642 \cdot 0,119 = 5247,30 \cdot 10^{-6}$ м³. Размеры формы с ЯЛС в поперечном сечении – $0,248 \times 0,259$ м, объем части формы G $W_G = 0,248 \cdot 0,259 \cdot 0,119 = 7643,608 \cdot 10^{-6}$ м³. Как видно, формы имеют разные площади поперечных сечений, разную высоту и разные литниковые системы.



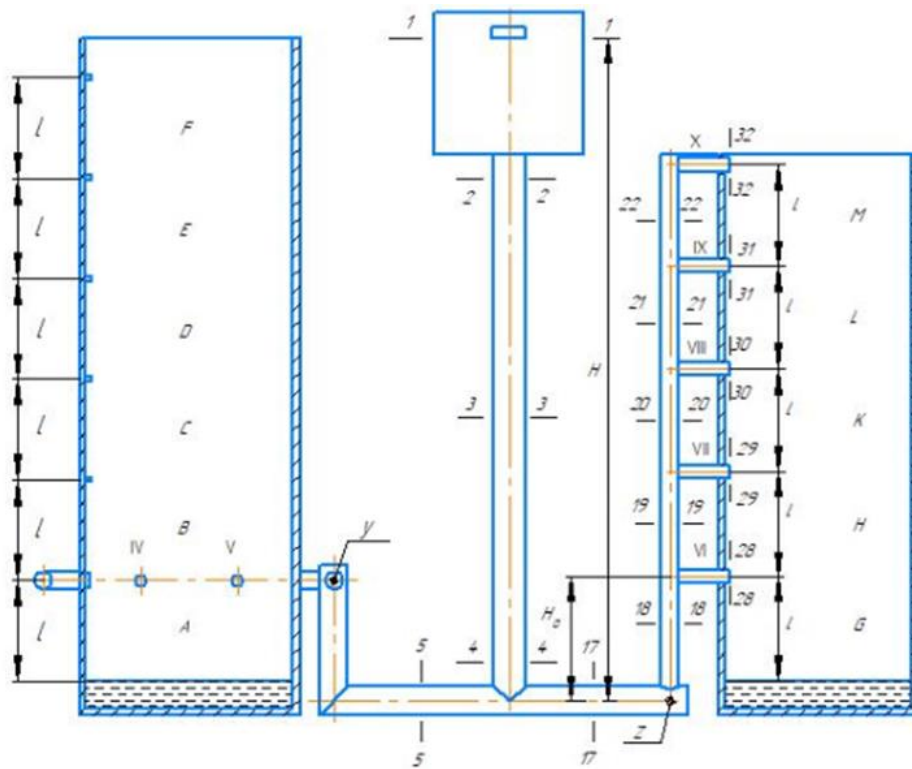


Рис. 1. Литейные формы с литниковыми системами

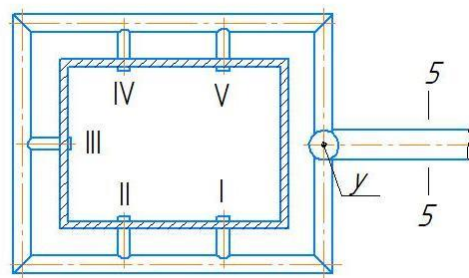


Рис. 2. Вид сверху на форму с кольцевой литниковой системой

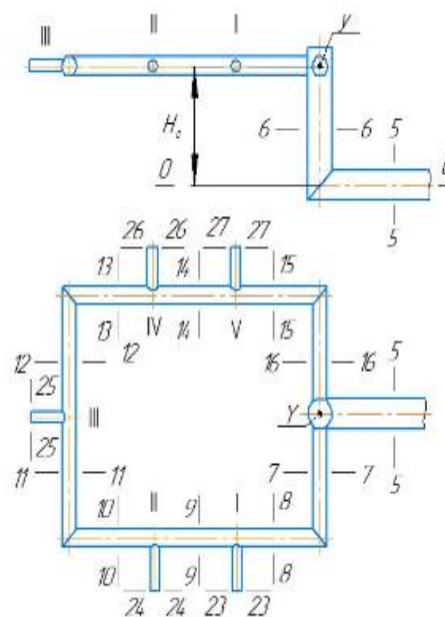


Рис. 3. Кольцевая литниковая система

Основная часть

Сначала произведем расчет истечения жидкости только из одного питателя I сверху в форму с КЛС, не под затопленный уровень, а гидравлическая система разомкнута в сечениях 16–16 и 17–17. Составим УБ для сечений 1–1 в литниковой чаше и 23–23 в питателе I (рис. 3):

$$H = H_0 + \alpha \frac{v_{23}^2}{2g} + h_{1-23}, \quad (1)$$

где H_0 – расстояние по вертикали от плоскости сравнения 0–0 до горизонтальной оси питателя I, м; $H_0 = 0,124$ м; α – коэффициент неравномерности распределения скорости по сечению потока (коэффициент Кориолиса); принимаем $\alpha = 1,1$ [11, с. 108]; v_{23} – скорость металла в сечении 23–23 питателя I, м/с; g – ускорение свободного падения; $g = 9,81$ м/с²; h_{1-23} – потери напора при движении жидкости от сечения 1–1 до сечения 23–23, м.

Коэффициент сопротивления системы от сечения 1–1 до сечения 23–23, приведенный к скорости жидкости в сечении 23–23,

$$\zeta_{1-23(23)} = \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_Y}{d_{cm}} + \zeta_{4-5} + \zeta_{5-6} \right) \left(\frac{S_n}{S_{cm}} \right)^2 + \left(\zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{Y-1}}{d_{\kappa}} + \zeta_{7-8} \right) \left(\frac{S_n}{S_{\kappa}} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n}, \quad (2)$$

где ζ_{cm} , ζ_{4-5} , ζ_{5-6} , ζ_{κ} , ζ_{7-8} , ζ_n – коэффициенты местных сопротивлений входа металла из чаши в стояк, поворота из сечения 4–4 стояка в сечение 5–5 горизонтального канала, поворота из сечения 5–5 горизонтального канала в сечение 6–6 вертикального канала, поворота из сечения 6–6 вертикального канала в сечение 7–7 горизонтального коллектора, поворота из сечения 7–7 в сечение 8–8, поворота из сечения 8–8 коллектора в сечение 23–23 питателя I; λ – коэффициент потерь на трение; l_Y – расстояние от низа литниковой чаши до точки Y, м; $l_Y = 1,0125$ м; l_{Y-1} – расстояние от точки Y до продольной оси питателя I, м; $l_{Y-1} = 0,246$ м; d_{cm} , d_{κ} , d_n – гидравлические диаметры стояка и вертикального и горизонтального каналов, горизонтального и вертикального коллекторов, питателя I, м; $d_{cm} = d_5 = d_6 = d_{17} = 0,02408$ м, $d_{\kappa} = 0,01603$ м, $d_n = 0,00903$ м; S_{cm} , S_{κ} , S_n – площади сечений стояка и вертикального и горизонтального каналов, горизонтального и вертикального коллекторов, питателя, м²; $S_{cm} = S_5 = S_6 = S_{17}$; l_n – длина питателя, м; $l_n = 0,0495$ м.

Расстояние $l_Y = l_{cm} + l_{\kappa} + l_{\kappa\kappa}$, где l_{cm} – длина (высота) стояка, м; $l_{cm} = 0,7485$ м; l_{κ} – длина горизонтального канала, м; $l_{\kappa} = 0,139$ м; $l_{\kappa\kappa}$ – длина вертикального канала, м; $l_{\kappa\kappa} = 0,112$ м.

Коэффициент расхода системы от сечения 1–1 до сечения 23–23, приведенный к скорости v_{23} ,

$$\mu_{1-23(23)} = (1 + \zeta_{1-23(23)})^{-1/2}. \quad (3)$$

Скорость

$$v_{23} = \mu_{1-23(23)} \sqrt{2g(H - H_0)/\alpha}. \quad (4)$$

Расход в системе $Q = Q_{23} = v_{cm} S_{cm} = v_5 S_5 = v_6 S_6 = v_7 S_{\kappa} = v_8 S_{\kappa} = v_{23} S_n$. Принимаем, как и в работах [14, 15], что коэффициент потерь на трение $\lambda = 0,03$. Коэффициент местного сопротивления входа из чаши в стояк в зависимости от радиуса скругления входной кромки определяем по справочнику [16, с. 126]: $\zeta_{cm} = 0,12$. Коэффициенты местных сопротивлений [17]: $\zeta = \zeta_{4-5} = \zeta_{5-6} = \zeta_{7-8} = 0,885$, $\zeta_{\kappa} = 0,396$, $\zeta_n = 0,334$. Получаем: $\zeta_{1-23(23)} = 0,736125$, $\mu_{1-23(23)} = 0,758944$, $v_{23} = 2,711237$ м/с.



При расчете работы остальных питателей в формуле (2) нужно заменить l_{Y-I} на l_{Y-II} , l_{Y-III} , l_{Y-IV} и l_{Y-V} соответственно для питателей II, III, IV и V. Также в формуле (2) вместо ζ_{7-8} для питателя III должно быть 2ζ , для питателей IV и V – 3ζ . $l_{Y-II} = 0,365$ м, $l_{Y-III} = 0,623$ м, $l_{Y-IV} = 0,881$ м, $l_{Y-V} = 0,994$ м, $l_{II-III} = 0,258$ м.

При заполнении объема A жидкость выливается из питателей сверху вниз. Время заполнения объема A $t_A = W_A / Q_{23} = 30,22$ с. Время заполнения всей формы с КЛС из питателя I – 244,49 с, в эксперименте – 254,8 с.

Когда питатель I находится в кольце, то потери напора в коллекторе с сечениями 7–7 и 8–8 (см. рис. 3) равны потерям напора в коллекторе с сечениями 16–16, 15–15, 14–14, 13–13, 12–12, 11–11, 10–10 и 9–9, так как это параллельные трубопроводы. УБ для сечений 6–6 и 23–23 (по пути через сечения 7–7 и 8–8):

$$\frac{p_6}{\gamma} + \alpha \frac{v_6^2}{2g} = \left(\zeta_{6-7(7)}^\partial + \lambda \frac{l_{Y-I}}{d_k} + \zeta \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} + \left(\zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{23}^2}{2g} + \frac{p_{23}}{\gamma}. \quad (5)$$

УБ для сечений 6–6 и 23–23 (через сечения 16–16, ..., 9–9):

$$\frac{p_6}{\gamma} + \alpha \frac{v_6^2}{2g} = \left(\zeta_{6-16(16)}^\partial + \lambda \frac{l_{Y-I(16-9)}}{d_k} + 3\zeta \right) \alpha \frac{v_{16}^2}{2g} + \left(\zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{23}^2}{2g} + \frac{p_{23}}{\gamma}. \quad (6)$$

Здесь p_6 и p_{23} – давления в сечениях 6–6 и 23–23, Н/м²; давление p_{23} равно атмосферному давлению p_a ; γ – удельный вес жидкого металла, Н/м³; $\zeta_{6-7(7)}^\partial$ – коэффициент сопротивления на деление потока в сечении 6–6 между сечениями 7–7 и 16–16, отнесенный к скорости v_7 ; $\zeta_{6-16(16)}^\partial$ – коэффициент сопротивления на деление потока в сечении 6–6 между сечениями 7–7 и 16–16, отнесенный к скорости v_{16} ; ζ_{nc} – коэффициент местного сопротивления поворотов потоков из сечений 8–8 и 9–9 коллектора в сечение 23–23 питателя I (при подводе жидкости к питателю с двух сторон); $\zeta_{nc} = 0,218$ [18]; $l_{Y-I(16-9)}$ – расстояние от точки Y до питателя I по пути через сечения 16–16, ..., 9–9, м; $l_{Y-I(16-9)} = 0,994$ м.

Левые части выражений (5) и (6) равны. Приравниваем их правые части и после преобразований получаем:

$$y = \frac{v_7}{v_{16}} = \sqrt{\frac{\zeta_{6-16(16)}^\partial + 4,515262}{\zeta_{6-7(7)}^\partial + 1,345387}}. \quad (7)$$

Коэффициенты $\zeta_{6-7(7)}^\partial$ и $\zeta_{6-16(16)}^\partial$ подсчитываем по следующему соотношению из справочника [16]:

$$\zeta^\partial = \frac{1 + 1,5(v_{omd}/v)^2}{(v_{omd}/v)^2}, \quad (8)$$

где v – скорость жидкости до деления потока, м/с; v_{omd} – скорость жидкости в одном из каналов после деления потока, м/с.

Расход в сечении 6–6 $v_6 S_{cm} = (v_7 + v_{16}) S_k = (y v_{16} + v_{16}) S_k = (y + 1) v_{16} S_k$, а $\frac{v_{16}}{v_6} = \frac{S_{cm}}{(y + 1) S_k}$.

Аналогично: $v_6 S_{cm} = (v_7 + v_{16}) S_k = (v_7 + v_7 / y) S_k = (1 + 1/y) v_6 S_k$, $\frac{v_7}{v_6} = \frac{S_{cm}}{(1/y + 1) S_k}$.

v_7 / v_6 и v_{16} / v_6 – это и есть v_{omd} / v в зависимости (8). Для начала расчеты принимаем $y = 1$. В этом случае по (8) определяем: $\zeta_{6-7(7)}^\partial = \zeta_{6-16(16)}^\partial = 2,285538$. Подставляем найденные значения $\zeta_{6-7(7)}^\partial$ и $\zeta_{6-16(16)}^\partial$ в (7) и получаем: $y = 1,368584$. А мы задавались $y = 1$. Делаем



следующее приближение – $y = 1,368584$, повторяем расчёт и имеем: $y = 1,439705$. После ряда приближений при заданном $y = 1,453974$ получаем по расчёту $y = 1,45397394$. Расчёт этого отношения можно закончить, так как разница между заданным и рассчитанным значениями y составляет всего 0,00000006. Принимаем $y = 1,453974$. При этом $v_7/v_6 = 1,337004$, $\zeta_{6-7(7)}^\partial = 2,059416$, $v_{16}/v_6 = 0,919551$, $\zeta_{6-16(16)}^\partial = 2,682628$, $v_{16} = 0,687770 v_7$.

$$v_{cm} = v_5 = v_6 = v_{23} S_n / S_{cm}, \quad v_7 = v_8 = v_{23} S_n / (1 + 1/y) S_\kappa, \quad v_{16} = v_9 = v_{23} S_n / (1 + y) S_\kappa.$$

Коэффициент сопротивления ЛС от сечения 1–1 до сечения 23–23, приведённый к скорости v_{23} в питателе I,

$$\zeta_{1-23(23)} = \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_Y}{d_{cm}} + 2\zeta \left(\frac{S_n}{S_{cm}} \right)^2 + \left(\zeta_{6-7(7)}^\partial + \lambda \frac{l_{Y-I}}{d_\kappa} + \zeta \left(\frac{S_n}{(1+1/y) S_\kappa} \right)^2 + \zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n} \right).$$

Подставив известные величины, имеем: $\zeta_{1-23(23)} = 0,565132$, $\mu_{1-23(23)} = 0,799327$, $v_{23} = 2,855502$ м/с. Время заполнения объема А из питателя I – 28,69 с, всей формы – 232,14 с, в эксперименте – 239,4 с.

Как видно, замыкание кольца жидкости вокруг питателя I уменьшило коэффициент сопротивления $\zeta_{1-23(23)}$ с 0,736 до 0,565, а коэффициент расхода $\mu_{1-23(23)}$ увеличился с 0,759 до 0,799. Появление параллельного коллектора привело к падению скоростей жидкости в каждой из гидравлических линий, к снижению потерь на трение и в местных сопротивлениях, что и вызвало уменьшение $\zeta_{1-23(23)}$, рост $\mu_{1-23(23)}$, v_{23} и Q_{23} по сравнению со случаем, когда питатель I работал при разрывах кольца жидкости в сечениях 16–16 и 17–17.

Работу питателя II рассчитываем аналогично. У питателя V такие же характеристики, как у питателя I, у питателя IV – как у питателя II. Когда питатель III находится в кольце жидкости, то $v_{cm} = v_5 = v_6 = v_{25} S_n / S_{cm}$, $v_7 = v_{16} = v_{25} S_n / 2S_\kappa$, а выражение (2) преобразуется к следующему виду:

$$\zeta_{1-25(25)} = \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_Y}{d_{cm}} + 2\zeta \left(\frac{S_n}{S_{cm}} \right)^2 + \left(\zeta_{6-7(7)}^\partial + \lambda \frac{l_{Y-III}}{d_\kappa} + 2\zeta \left(\frac{S_n}{2S_\kappa} \right)^2 + \zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n} \right). \quad (9)$$

Результаты расчетов и экспериментов (в знаменателе) в зависимости от количества работающих питателей при заполнении объема А приведены в табл. 1. $\Delta Q = \frac{Q - Q_{экс}}{Q_{экс}} \cdot 100$, %.

Табл. 1

Характеристики кольцевой литниковой системы*

Питатели	v_{23} , м/с	v_{24} , м/с	v_{25} , м/с	v_{26} , м/с	v_{27} , м/с	Q , см ³ /с	ΔQ , %	t_A , с
I	$\frac{2,856}{2,83}$					$\frac{182,87}{181,24}$	0,9	$\frac{28,69}{28,9}$
II		$\frac{2,853}{2,81}$				$\frac{182,70}{179,96}$	1,5	$\frac{28,72}{29,2}$
III			$\frac{2,846}{2,78}$			$\frac{182,24}{178,04}$	2,4	$\frac{28,79}{29,5}$
I, II	$\frac{2,469}{2,35}$	$\frac{2,492}{2,40}$				$\frac{317,73}{304,20}$	4,4	$\frac{16,51}{17,2}$
I, III	$\frac{2,466}{2,38}$		$\frac{2,474}{2,40}$			$\frac{316,37}{306,12}$	3,4	$\frac{16,59}{17,2}$
I, IV	$\frac{2,509}{2,40}$			$\frac{2,512}{2,42}$		$\frac{321,55}{308,68}$	4,2	$\frac{16,32}{17,0}$



I, V	$\frac{2,457}{2,45}$				$\frac{2,457}{2,42}$	$\frac{314,75}{311,88}$	0,9	$\frac{16,67}{16,8}$
I – III	$\frac{1,978}{1,93}$	$\frac{2,089}{2,04}$	$\frac{2,077}{1,99}$			$\frac{393,48}{381,69}$	3,1	$\frac{13,34}{13,8}$
I, III, V	$\frac{2,078}{2,05}$		$\frac{2,138}{2,12}$		$\frac{2,078}{2,07}$	$\frac{403,05}{399,62}$	0,9	$\frac{13,02}{13,1}$
I – IV	$\frac{1,681}{1,66}$	$\frac{1,841}{1,83}$	$\frac{1,843}{1,75}$	$\frac{1,621}{1,56}$		$\frac{447,44}{435,49}$	2,8	$\frac{11,72}{12,0}$
I – V	$\frac{1,398}{1,41}$	$\frac{1,568}{1,56}$	$\frac{1,616}{1,58}$	$\frac{1,568}{1,55}$	$\frac{1,398}{1,38}$	$\frac{483,38}{466,24}$	3,7	$\frac{10,86}{11,3}$

*) У питателя IV такие же характеристики, как у питателя II, у питателя V – как у питателя I

Рассчитаем совместную работу питателей I и II. Составим УБ для сечений 1–1 и 23–23:

$$H = H_0 + \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_Y}{d_{cm}} + 2\zeta \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left(\zeta_{6-7(7)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{Y-I}}{d_{\kappa}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} + \left(\zeta_{23} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{23}^2}{2g}, \quad (10)$$

для сечений 1–1 и 24–24:

$$H = H_0 + \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_Y}{d_{cm}} + 2\zeta \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left(\zeta_{6-7(7)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{Y-I}}{d_{\kappa}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} + \left(\zeta_9 + \lambda \frac{l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_9^2}{2g} + \left(\zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{24}^2}{2g},$$

(11)

для сечений 1–1 и 24–24 (по пути через сечения 16–16, 15–15, 14–14, 13–13, 12–12, 11–11 и 10–10):

$$H = H_0 + \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_Y}{d_{cm}} + 2\zeta \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left(\zeta_{6-16(16)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{Y-II(16-10)}}{d_{\kappa}} + 3\zeta \right) \alpha \frac{v_{16}^2}{2g} + \left(\zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{24}^2}{2g}, \quad (12)$$

где l – расстояние между питателями I и II, м; $l = 0,119$ м; $l_{Y-II(16-10)}$ – расстояние от точки Y до питателя II по пути через сечения 16–16, ..., 10–10, м; $l_{Y-II(16-9)} = 0,881$ м; v_7 – скорость металла в сечении 7–7, м/с. $v_7 = v_8$. В выражениях (10) и (11) ζ_{23} – коэффициент сопротивления на ответвление части потока из сечения 8–8 коллектора в питатель I с выходным сечением 23–23; ζ_9 – коэффициент сопротивления на проход жидкости из сечения 8–8 в сечение 9–9 при ответвлении части потока из коллектора в питатель I. Коэффициенты сопротивлений, обусловленных отделением части потока из коллектора, будем подсчитывать по формулам для тройников [10, с. 112–115]. Коэффициент сопротивления на проход в коллекторе при ответвлении части потока в питатель

$$\zeta_{np} = 0,4 \left(1 - v_{np} / v_{\kappa} \right)^2 / \left(v_{np} / v_{\kappa} \right)^2, \quad (13)$$

а коэффициент сопротивления на ответвление части потока в питатель

$$\zeta_{омв} = \left[1 + \tau \left(v_n / v_{\kappa} \right)^2 \right] / \left(v_n / v_{\kappa} \right)^2, \quad (14)$$

где v_{κ} и v_{np} – скорости металла в коллекторе до и после ответвления части потока в питатель, м/с; v_n – скорость жидкости в питателе, м/с; τ – коэффициент. Для нашего случая при $S_n / S_{\kappa} = 0,317$ $\tau = 0,15$ [19]. Коэффициент ζ_{np} получается приведенным к скорости проходящего потока v_{np} , а $\zeta_{омв}$ – к скорости в питателе v_n . Как видно, коэффициенты ζ_{np} и



$\zeta_{отв}$ зависят от отношений скоростей v_{np}/v_k и v_n/v_k , точнее, от v_9/v_8 и v_{23}/v_8 , которые неизвестны.

Введём следующие обозначения: $x = v_{23}/v_{24}$, $w = v_9/v_8$. Тогда $v_{23} = xv_{24}$, а $v_{24} = v_{23}/x$. Расход жидкости в системе $Q = v_{cm} S_{cm} = (v_{23} + v_{24}) S_n = (v_{23} + v_{23}/x) S_n = v_{23} (1 + 1/x) S_n = v_{23} S_{np(23)}$, где $S_{np(23)} = (1 + 1/x) S_n$ – приведенная к скорости v_{23} площадь питателей (учитывает работу обоих питателей). Аналогично записываем: $Q = (v_{23} + v_{24}) S_n = v_{24} (x + 1) S_n = v_{24} S_{np(24)}$, где $S_{np(24)} = (1 + x) S_n$ – приведенная к скорости v_{24} площадь питателей. $Q = Q_{cm} = Q_5 = Q_6$. И $v_{cm} = v_5 = v_6 = v_{23} S_{np(23)} / S_{cm} = v_{24} S_{np(24)} / S_{cm}$.

$$v_7 = v_8 = \frac{v_{23} S_{np(23)}}{(1 + 1/y) S_k}, \quad v_9 = w v_8, \quad v_{16} = \frac{v_{24} S_{np(24)}}{(1 + y) S_k}.$$

Принимаем для начала расчета $x = 1$, $y = 1$ и $w = 0,5$. При этом $\zeta_9 = 0,4$, $\zeta_{23} = 0,552788$, $\zeta_{6-7(7)}^\partial = \zeta_{6-16(16)} = 2,285538$, см. формулы (8), (13) и (14). Все входящие в формулы (10)–(12) абсолютные величины и отношения для v_{cm} , v_7 , v_8 и v_{16} известны. Результаты расчетов: $\zeta_{1-23(23)} = 1,262141$, $\mu_{1-23(23)} = 0,664875$, $v_{23} = 2,375189$ м/с, $\zeta_{1-24(24)} = 0,943029$, $\mu_{1-24(24)} = 0,717398$, $v_{24} = 2,562821$ м/с, $\zeta_{1-24(24)}^{(16-10)} = 1,224124$, $\mu_{1-24(24)}^{(16-10)} = 0,670534$, $v_{24}^{(16-10)} = 2,395402$ м/с, $x = v_{23}/v_{24} = 0,926787$.

В кольцевой гидравлической системе потери напора h_{Y-II} от точки Y до питателя II (здесь происходит слияние потоков) по пути через сечения 7–7, 8–8 и 9–9 равны потерям напора $h_{Y-II(16-10)}$ от точки Y до питателя II по пути через сечения 16–16, ..., 10–10. Эти потери напора можно найти по следующим формулам:

$$h_{Y-II} = \left(\zeta_{6-7(7)}^\partial + \lambda \frac{l_{Y-I}}{d_k} + \zeta \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} + \left(\zeta_9 + \lambda \frac{l}{d_k} \right) \alpha \frac{v_9^2}{2g},$$

$$h_{Y-II(16-10)} = \left(\zeta_{6-16(16)}^\partial + \lambda \frac{l_{Y-II(16-10)}}{d_k} + 3\zeta \right) \alpha \frac{v_{16}^2}{2g}.$$

Все величины в этих соотношениях известны. Находим, что $h_{Y-II} = 0,116631$ м, $h_{Y-II(16-10)} = 0,211298$ м, разность между ними $h_{II} = -0,094667$ м.

Потери h_{Y-II} меньше, чем $h_{Y-II(16-10)}$, нужно увеличить скорости жидкости по пути через сечения 7–7, 8–8 и 9–9. Принимаем $y = v_7/v_{16} = 1,1$, а x и w оставляем прежними. Повторяем расчет и получаем: $h_{II} = -0,068819$ м. Изменяя x , y и w , получаем, что при $x = 0,990729$, $y = 1,357757$ и $w = 0,135789$ $h_{II} = +0,000298$ м. Результаты расчетов и экспериментов (в знаменателе) – в табл. 1. $\mu_{1-23(23)} = 0,691100$, $\mu_{1-24(24)} = 0,697567$, $\mu_{1-24(24)}^{(16-10)} = 0,697704$.

Подобным образом подсчитываем работу питателей I и III, I и IV. В случае работы питателей I и V $v_{23} = v_{27}$, $v_9 = v_{14} = 0$, $v_{cm} = v_5 = v_6 = 2v_{23} S_n / S_{cm}$, $v_7 = v_{23} S_n / S_k$, расход в системе $Q = 2v_{23} S_n = 2v_{27} S_n$. Коэффициент сопротивления ЛС от сечения 1–1 до сечения 23–23, приведённый к скорости v_{23} в питателе I,

$$\zeta_{1-23(23)} = \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_Y}{d} + 2\zeta \right) \left(\frac{2S_n}{S_{cm}} \right)^2 + \left(\zeta_{6-7(7)}^\partial + \lambda \frac{l_{Y-I}}{d_k} + \zeta \right) \left(\frac{S_n}{S_k} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n}.$$



При работе питателей II и IV $v_{24} = v_{26}$, $v_{10} = v_{13} = 0$, $v_{cm} = v_5 = v_6 = 2v_{24}S_n / S_{cm}$, $v_7 = v_{24}S_n / S_{\kappa}$, расход в системе $Q = 2v_{24}S_n = 2v_{26}S_n$. Коэффициент сопротивления ЛС от сечения 1–1 до сечения 24–24, приведённый к скорости v_{24} в питателе II,

$$\zeta_{1-24(24)} = \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_Y}{d_{cm}} + 2\zeta \right) \left(\frac{2S_n}{S_{cm}} \right)^2 + \left(\zeta_{6-7(7)} + \lambda \frac{l_{Y-II}}{d_{\kappa}} + \zeta \right) \left(\frac{S_n}{S_{\kappa}} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n}.$$

Подробные расчеты КЛС с разным количеством работающих питателей приведены в статье [13]. Повторять их не будем. Время заполнения объема А через, например, питатели I и II находим по формуле: $t_A = W_A / (Q_{23} + Q_{24}) = 16,51$ с, всей формы – 133,61 с. Результаты – в табл. 1.

Произведем расчет ярусной литниковой системы при истечении жидкости только из одного питателя VI сверху вниз в объем формы G, не под затопленный уровень, а гидравлическая система разомкнута в сечении 5–5. Составим УБ для сечений 1–1 и 28–28 ЯЛС:

$$H = H_0 + \alpha \frac{v_{28}^2}{2g} + h_{1-28}, \quad (15)$$

где v_{28} – скорость металла в сечении 28–28 питателя VI, м/с; h_{1-28} – потери напора при движении жидкости от сечения 1–1 до сечения 28–28, м.

Коэффициент сопротивления системы от сечения 1–1 до сечения 28–28, приведенный к скорости жидкости в сечении 28–28,

$$\zeta_{1-28(28)} = \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_Z}{d_{cm}} + \zeta \right) \left(\frac{S_n}{S_{cm}} \right)^2 + \left(\zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{Z-VI}}{d_{\kappa}} \right) \left(\frac{S_n}{S_{\kappa}} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n}, \quad (16)$$

где l_Z – расстояние от низа литниковой чаши до точки Z, м; $l_Z = 0,8735$ м; l_{Z-VI} – расстояние от точки Z до продольной оси питателя VI, м; $l_{Z-VI} = 0,112$ м; ζ , ζ_{κ} , ζ_n – коэффициенты местных сопротивлений поворота из стояка в горизонтальный канал, поворота из сечения 17–17 горизонтального канала в сечение 18–18 коллектора, поворота из сечения 18–18 коллектора в питатель VI с выходным сечением 28–28.

Коэффициент расхода системы от сечения 1–1 до сечения 28–28, приведенный к скорости v_{28} ,

$$\mu_{1-28(28)} = (1 + \zeta_{1-28(28)})^{-1/2}. \quad (17)$$

Скорость

$$v_{28} = \mu_{1-28(28)} \sqrt{2g(H - H_0) / \alpha}. \quad (18)$$

Расход в системе $Q = Q_{28} = v_{cm}S_{cm} = v_{17}S_{cm} = v_{18}S_{\kappa} = v_{28}S_n$. $\zeta_{1-28(28)} = 0,600866$, $\mu_{1-28(28)} = 0,790355$, $v_{28} = 2,825425$ м/с. Время заполнения объема G из питателя VI $t_G = W_G / Q_{28} = 42,24$ с, всей формы – 256,21 с, в эксперименте – 260,1 с. Результаты расчетов и экспериментов (в знаменателе) приведены в табл. 2.

Табл. 2.

Характеристики ярусной литниковой системы

Питатели	v_{28} , м/с	v_{29} , м/с	v_{30} , м/с	v_{31} , м/с	v_{32} , м/с	Q , см ³ /с	ΔQ , %	t_G , с
VI	$\frac{2,825}{2,85}$					$\frac{180,95}{182,52}$	– 0,9	$\frac{42,24}{41,9}$
VII		$\frac{2,562}{2,58}$				$\frac{164,09}{165,23}$	– 0,7	$\frac{46,58}{46,3}$
VIII			$\frac{2,277}{2,28}$			$\frac{145,84}{146,02}$	– 0,1	$\frac{52,41}{52,3}$



IX				$\frac{1,961}{1,98}$		$\frac{125,56}{126,80}$	– 1,0	$\frac{60,88}{60,3}$
X					$\frac{1,593}{1,59}$	$\frac{102,01}{101,83}$	+ 0,2	$\frac{74,93}{75,1}$
VI, VII	$\frac{2,486}{2,47}$	$\frac{2,302}{2,26}$				$\frac{306,64}{302,92}$	+ 1,2	$\frac{24,93}{25,2}$
VI, VIII	$\frac{2,554}{2,53}$		$\frac{1,996}{1,98}$			$\frac{291,42}{288,83}$	+ 0,9	$\frac{26,23}{26,5}$
VI, IX	$\frac{2,626}{2,58}$			$\frac{1,650}{1,63}$		$\frac{273,85}{269,32}$	+ 1,7	$\frac{27,91}{28,4}$
VI, X	$\frac{2,707}{2,68}$				$\frac{1,231}{1,19}$	$\frac{252,18}{247,84}$	+ 1,8	$\frac{30,31}{30,8}$
VI – VIII	$\frac{2,116}{2,08}$	$\frac{2,009}{1,98}$	$\frac{1,702}{1,66}$			$\frac{373,15}{366,32}$	+ 1,9	$\frac{20,48}{20,9}$
VI, VIII, X	$\frac{2,399}{2,36}$		$\frac{1,878}{1,83}$		$\frac{0,791}{0,76}$	$\frac{324,56}{317,01}$	+ 1,8	$\frac{23,55}{24,1}$
VI – IX	$\frac{1,926}{1,86}$	$\frac{1,794}{1,79}$	$\frac{1,528}{1,46}$	$\frac{0,991}{1,00}$		$\frac{399,55}{391,30}$	+ 2,1	$\frac{19,13}{19,5}$
VI – X	$\frac{1,921}{1,87}$	$\frac{1,789}{1,75}$	$\frac{1,523}{1,47}$	$\frac{1,015}{0,99}$	$\frac{0}{0}$	$\frac{400,10}{389,38}$	+ 2,8	$\frac{18,96}{19,6}$

Рассмотрим заполнение части формы G при работе питателей VI и VII. УБ для сечений 1–1 чаши и 28–28 питателя VI:

$$H = H_0 + \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_z}{d_{cm}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left(\zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{z-vi}}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{18}^2}{2g} + \left(\zeta_{28} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{28}^2}{2g}. \quad (19)$$

УБ для сечений 1–1 чаши и 29–29 питателя VII:

$$H = H_0 + l + \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_z}{d_{cm}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left(\zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{z-vi}}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{18}^2}{2g} + \left(\zeta_{19} + \lambda \frac{l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{19}^2}{2g} + \left(\zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{29}^2}{2g}. \quad (20)$$

В выражениях (19) и (20) ζ_{28} – коэффициент сопротивления на ответвление части потока из сечения 18–18 коллектора в питатель VI с выходным сечением 28–28; ζ_{19} – коэффициент сопротивления на проход жидкости в коллекторе из сечения 18–18 в сечение 19–19 при ответвлении части потока в питатель VI. Коэффициенты ζ_{19} и ζ_{28} подсчитываем по формулам (13) и (14).

Введём следующие обозначения: $x = v_{28} / v_{29}$, $w = v_{19} / v_{18}$. Тогда $v_{28} = xv_{29}$, а $v_{29} = v_{28} / x$. Расход жидкости в системе $Q = v_{cm} S_{cm} = (v_{28} + v_{29}) S_n = (v_{28} + v_{28} / x) S_n = v_{28} (1 + 1/x) S_n = v_{28} S_{np(28)}$, где $S_{np(28)} = (1 + 1/x) S_n$ – приведенная к скорости v_{28} площадь питателей (учитывает работу обоих питателей). Аналогично записываем: $Q = (v_{28} + v_{29}) S_n = (xv_{29} + v_{29}) S_n = v_{29} (x + 1) S_n = v_{29} S_{np(29)}$, где $S_{np(29)} = (x + 1) S_n$ – приведенная к скорости v_{29} площадь питателей. $Q = Q_{cm} = Q_{17} = Q_{18}$. И $v_{cm} = v_{17} = v_{28} S_{np(28)} / S_{cm} = v_{29} S_{np(29)} / S_{cm}$, $v_{18} = v_{28} S_{np(28)} / S_{\kappa} = v_{29} S_{np(29)} / S_{\kappa}$, $v_{19} = v_{29} S_n / S_{\kappa}$. $w = v_{19} / v_{18} = v_{29} / (v_{28} + v_{29}) = v_{29} / (xv_{29} + v_{29}) = 1/(x + 1)$.



Принимаем для начала расчета $x = v_{28} / v_{29} = 1$. При этом $w = 0,5$, $\zeta_{19} = 0,4$, $\zeta_{28} = 0,552788$, см. формулы (13) и (14). Результаты расчетов: $\zeta_{1-28(28)} = 1,126751$, $\mu_{1-28(28)} = 0,685712$, $v_{28} = 2,449625$ м/с, $\zeta_{1-29(29)} = 0,970667$, $\mu_{1-29(29)} = 0,712350$, $v_{29} = 2,323548$ м/с, $x = v_{28} / v_{29} = 0,948532$. Задаемся $x = 0,948532$, повторяем расчет и получаем $x = 0,932912$. Путем подобных приближений определяем, что при $x = 0,925878$ по расчету $x = 0,9258778$, при этом $w = v_{19} / v_{18} = 0,480756$. На этом расчет x можно закончить, так как разница между заданной и получившейся в результате расчета величиной составляет $2 \cdot 10^{-7}$. $\mu_{1-28(28)} = 0,695395$, $\mu_{1-29(29)} = 0,705193$. Время заполнения объема G из питателей VI и VII составляет 24,93 с, всей формы – 146,62 с, в эксперименте – 148,1 с.

Подробные расчеты ЯЛС с разным количеством работающих питателей приведены в статье [12]. Повторять их не будем. Результаты – в табл. 2.

Рассчитаем совместную работу кольцевой и ярусной литниковых систем при работе питателей I и VI, а слив жидкости происходит сверху вниз из питателей в части форм А и G. Составим УБ для сечений 1–1 и 23–23 КЛС:

$$H = H_0 + \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_{cm}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left(\zeta_{4-5(5)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{cm-Y}}{d_{cm}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left(\zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{Y-1}}{d_n} \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} + \left(\zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{23}^2}{2g}, \quad (21)$$

и для сечений 1–1 и 28–28 ЯЛС:

$$H = H_0 + \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_{cm}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left(\zeta_{4-17(17)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{cm-Z}}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{17}^2}{2g} + \left(\zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{Z-VI}}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{18}^2}{2g} + \left(\zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{28}^2}{2g}. \quad (22)$$

Здесь l_{cm-Y} – расстояние от стояка до точки Y, м; $l_{cm-Y} = 0,264$ м; l_{cm-Z} – расстояние от стояка до точки Z, м; $l_{cm-Z} = 0,125$ м; $\zeta_{4-5(5)}^{\partial}$ – коэффициент сопротивления на деление потока в стояке в сечении 4–4 между сечениями 5–5 и 17–17, приведенный к скорости металла в сечении 5–5; $\zeta_{4-17(17)}^{\partial}$ – коэффициент сопротивления на деление потока в стояке в сечении 4–4 между сечениями 5–5 и 17–17, приведенный к скорости жидкости в сечении 17–17. Эти коэффициенты определяем по выражению (8).

Скорости v_{23} и v_{28} будут разными. Введём следующие обозначения: $x = v_{28} / v_{23}$, $y = v_{23} / v_{28} = 1/x$. Тогда $v_{28} = xv_{23}$, а $v_{23} = v_{28} / x$. Расход жидкости в системе $Q = v_{cm} S_{cm} = (v_{23} + v_{28}) S_n = (v_{23} + xv_{23}) S_n = v_{23} (1+x) S_n = v_{23} S_{np(23)}$, где $S_{np(23)} = (1+x) S_n$ – приведенная к скорости v_{23} площадь питателей (учитывает работу обоих питателей). А $v_{cm} = v_{23} S_{np(23)} / S_{cm}$, $v_5 = v_6 = v_{23} S_n / S_{cm}$, $v_7 = v_8 = v_{23} S_n / (1 + 1/1,453974) S_{\kappa}$ (см. расчет работы питателя I в кольце). Аналогично записываем: $Q = (v_{23} + v_{28}) S_n = (v_{28} / x + v_{28}) S_n = v_{28} (1/x + 1) S_n = v_{28} S_{np(28)}$, где $S_{np(28)} = (1 + 1/x) S_n$ – приведенная к скорости v_{28} площадь питателей. $v_{cm} = v_{28} S_{np(28)} / S_{cm}$, $v_{17} = v_{28} S_n / S_{cm}$, $v_{18} = v_{28} S_n / S_{\kappa}$.

Коэффициенты сопротивлений запишутся в следующем виде:



$$\begin{aligned}\zeta_{1-23(23)} &= \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_{cm}}{d_{cm}} \right) \left(\frac{S_{np(23)}}{S_{cm}} \right)^2 + \left(\zeta_{4-5(5)}^\partial + \lambda \frac{l_{cm-Y}}{d_{cm}} + \zeta \right) \left(\frac{S_n}{S_{cm}} \right)^2 + \\ &\left(\zeta_{6-7(7)}^\partial + \lambda \frac{l_{Y-1}}{d_{\kappa}} + \zeta \right) \left(\frac{S_n}{(1+1/1,453974)S_{\kappa}} \right)^2 + \zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n}, \\ \zeta_{1-28(28)} &= \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_{cm}}{d_{cm}} \right) \left(\frac{S_{np(28)}}{S_{cm}} \right)^2 + \left(\zeta_{4-17(17)}^\partial + \lambda \frac{l_{cm-Z}}{d_{\kappa}} \right) \left(\frac{S_n}{S_{cm}} \right)^2 + \left(\zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{Z-VI}}{d_{\kappa}} \right) \left(\frac{S_n}{S_{\kappa}} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n}.\end{aligned}$$

Принимаем (произвольно): $x = v_{28/23} = 1$. Тогда $y = v_{23}/v_{28} = v_5/v_{17} = 1/x = 1$. При $y = 1$ $\zeta_{4-5(5)}^\partial = \zeta_{4-17(17)}^\partial = 5,5$. Производим расчет и получаем: $v_{23} = 2,725580$ м/с, $v_{28} = 2,697620$ м/с, $x = v_{28}/v_{23} = 0,989742$. Повторяем расчет при $x = 0,989742$ и получаем $x = 0,988792$. Путем подобных приближений определяем, что при $x = 0,988695$ по расчету $x = 0,98869501$. На этом расчет x можно закончить, так как разница между заданной и расчетной величинами составляет всего 0,00000001. Результаты расчетов и экспериментов (в знаменателе) – в табл. 2. $\zeta_{1-23(23)} = 0,716081$, $\mu_{1-23(23)} = 0,763363$, $v_{23} = 2,727025$ м/с, $\zeta_{1-28(28)} = 0,755549$, $\mu_{1-28(28)} = 0,754733$, $v_{28} = 2,696196$ м/с.

Расходы из питателей I и VI при заполнении объемов A и G нашли. Объем A значительно меньше, чем объем G, и он заполнится жидкостью раньше объема G. Время заполнения объема A $t_A = W_A / Q_{23} = 30,045649$ с. За это время уровень жидкости в объеме G поднимется на высоту $h_G = W_G / Q_{28} t_A = 0,080769$ м.

Следующий этап – заполнение части объема B из питателя I и окончание заполнения объема G из питателя VI, причем заполнение объема B идет при переменном напоре, изменяющемся от $H - H_0$ до $H - H_0 - h_B$, где h_B – некоторая неизвестная нам величина уровня жидкости в объеме

B в конце заполнения объема G. Как известно (см., например, [20, 21]), в этом случае подсчитывается расчетный напор, который для объема B находится по следующему соотношению:

$$\sqrt{H_p} = \frac{\sqrt{H - H_0} + \sqrt{H - H_0 - h_B}}{2}. \quad (23)$$

Это точная формула для определения расчетного напора при заполнении формы с постоянным по высоте сечением. А выражение (4) нужно записать так:

$$v_{23} = \mu_{1-23(23)} \sqrt{2g/\alpha} \sqrt{H_p}. \quad (24)$$

Расход из питателя I:

$$Q = v_{23} S_n. \quad (25)$$

Составим УБ для сечения 1–1 и сечения, находящегося в объеме B на расстоянии h_B от оси питателя I:

$$\begin{aligned}H &= H_0 + h_B + \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_{cm}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left(\zeta_{4-5(5)}^\partial + \lambda \frac{l_{cm-Y}}{d_{\kappa}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left(\zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{Y-1}}{d_n} \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} + \\ &\left(\zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{23}^2}{2g}.\end{aligned} \quad (26)$$

УБ для сечений 1–1 и 28–28 ЯЛС уже записано – это выражение (22).

Неизвестно значение величины h_B . Оно не должно быть больше $l = 0,119$ м. При заполнении объемов A и G объем A заполнился на 0,119 м, а объем G на 0,080769 м, в 1,5 раза меньше. Осталось заполнить объем G примерно на 40 мм, объем B заполнится примерно в 1,5 раза больше. Поэтому примем для начала расчета $h_B = 0,06$ м. В этом случае находим



по формуле (23), что $\sqrt{H_p} = 0,827751 \text{ м}^{1/2}$. Для $x=1$ и $h_B = 0,06 \text{ м}$ получаем по расчету $x=1,011409$ и $h_B = 0,055061 \text{ м}$. При этих значениях x и h_B имеем: $\sqrt{H_p} = 0,829273 \text{ м}^{1/2}$, $x=1,010619$ и $h_B = 0,055104 \text{ м}$. Поступая подобным образом, определяем: $\sqrt{H_p} = 0,829273 \text{ м}^{1/2}$, $x=1,010558$ и $h_B = 0,055108 \text{ м}$. А время заполнения оставшейся части объема G составляет $14,207173 \text{ с}$. За это время уровень жидкости в объеме B поднимется на $0,055108 \text{ м}$. $\zeta_{1-23(23)} = 0,719611$, $\mu_{1-23(23)} = 0,762579$, $v_{23} = 2,670718 \text{ м/с}$, $\zeta_{1-28(28)} = 0,752014$, $\mu_{1-28(28)} = 0,755494$, $v_{28} = 2,698915 \text{ м/с}$.

Следующий этап – заполнение объема B по высоте на $0,119-0,055108=0,063892 \text{ м}$ и объема H на высоту примерно $h_H = 0,063892 : 1,5 = 0,042595 \text{ м}$. Для начала расчета возьмем $h_H = 0,04 \text{ м}$. Расчетный напор для питателя I

$$\sqrt{H_p} = \frac{\sqrt{H - H_0 - 0,055108} + \sqrt{H - H_0 - l}}{2} = 0,792490 \text{ м}^{1/2}. \text{ Для питателя VI расчетный напор}$$

$$\sqrt{H_p} = \frac{\sqrt{H - H_0} + \sqrt{H - H_0 - 0,04}}{2} = 0,830827 \text{ м}^{1/2}.$$

Скорость v_{23} из питателя I находим по формуле (24), из питателя VI – по следующей зависимости:

$$v_{28} = \mu_{1-28(28)} \sqrt{2g / \alpha} \sqrt{H_p}. \quad (27)$$

Для $x=1$ и $h_H = 0,04 \text{ м}$ получаем по расчету $x=1,037621$ и $h_H = 0,045512 \text{ м}$. При этих значениях x и h_B имеем для питателя I $\sqrt{H_p} = 0,792490 \text{ м}^{1/2}$, для питателя VI $\sqrt{H_p} = 0,832200 \text{ м}^{1/2}$, $x=1,042917$ и $h_H = 0,045744 \text{ м}$. Поступая подобным образом, определяем: для питателя I $\sqrt{H_p} = 0,792490 \text{ м}^{1/2}$, для питателя VI $\sqrt{H_p} = 0,832123$, $x=1,043357$ и $h_H = 0,045764 \text{ м}$. А время заполнения оставшейся части объема G составляет $17,263060 \text{ с}$. За это время уровень жидкости в объеме B поднимется на $0,045764 \text{ м}$. $\zeta_{1-23(23)} = 0,724980$, $\mu_{1-23(23)} = 0,761391$, $v_{23} = 2,548324 \text{ м/с}$, $\zeta_{1-28(28)} = 0,747055$, $\mu_{1-28(28)} = 0,756566$, $v_{28} = 2,658812 \text{ м/с}$.

Таким образом, рассчитываем заполнение обеих форм. К моменту окончания заполнения формы с КЛС на уровень в $0,714 \text{ м}$ за $240,1 \text{ с}$ в форме с ЯЛС уровень будет в $0,5418 \text{ м}$. На последнем этапе заполнения форм $\zeta_{1-23(23)} = 0,772524$, $\mu_{1-23(23)} = 0,751111$, $v_{23} = 1,398075 \text{ м/с}$, $\zeta_{1-28(28)} = 0,717439$, $\mu_{1-28(28)} = 0,763061$, $v_{28} = 1,836499 \text{ м/с}$.

Рассмотрим совместную работу питателей I, III, V, VI, VIII и X. В УБ (21) для питателя I нужно заменить ζ_{nc} на ζ_{23} , для питателя VI в (22) – ζ_n на ζ_{28} . Составим УБ для сечений 1–1 чаши и 25–25 питателя III:

$$H = H_0 + \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_{cm}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left(\zeta_{4-5(5)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{cm-Y}}{d_{cm}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left(\zeta_{6-7(7)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{Y-I}}{d_{\kappa}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} +$$

$$\left(\zeta_9 + \lambda \frac{l_{I-III}}{d_{\kappa}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_9^2}{2g} + \left(\zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{25}^2}{2g}. \quad (28)$$

УБ для сечений 1–1 чаши и 30–30 питателя VIII:

$$H = H_0 + 2l + \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_{cm}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left(\zeta_{4-17(17)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{cm-Z}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{17}^2}{2g} + \left(\zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{Z-VI}}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{18}^2}{2g} +$$

$$\left(\zeta_{19} + \lambda \frac{2l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{19}^2}{2g} + \left(\zeta_{30} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{30}^2}{2g}. \quad (29)$$



УБ для сечений 1–1 чаши и 32–32 питателя X:

$$H = H_0 + 4l + \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_{cm}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left(\zeta_{4-17(17)} + \lambda \frac{l_{cm-Z}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{17}^2}{2g} + \left(\zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{Z-VI}}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{18}^2}{2g} + \left(\zeta_{19} + \lambda \frac{2l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{19}^2}{2g} + \left(\zeta_{21} + \lambda \frac{2l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{21}^2}{2g} + \left(\zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{32}^2}{2g}. \quad (30)$$

Понятно, что $v_{23} = v_{27}$. Расход жидкости в системе $Q = (2v_{23} + v_{25} + v_{28} + v_{30} + v_{32})S_n$.

Введём следующие обозначения: $x_1 = v_{23} / v_{25}$, $x_2 = v_{28} / v_{25}$, $x_3 = v_{30} / v_{25}$, $x_4 = v_{32} / v_{25}$. Расход жидкости в системе через скорость v_{23} запишется так:

$$Q = (2v_{23} + v_{25} + v_{28} + v_{30} + v_{32})S_n = (2v_{23} + v_{23} / x_1 + x_2 v_{23} / x_1 + x_3 v_{23} / x_1 + x_4 v_{23} / x_1)S_n = v_{23}(2x_1 + 1 + x_2 + x_3 + x_4)S_n / x_1 = v_{23}S_{np(23)},$$

где $S_{np(23)} = (2x_1 + 1 + x_2 + x_3 + x_4)S_n / x_1$ – приведенная к скорости v_{23} площадь питателей (учитывает работу всех 6-ти питателей). Аналогично записываем:

$$S_{np(25)} = (2x_1 + 1 + x_2 + x_3 + x_4)S_n, \quad S_{np(28)} = (2x_1 + 1 + x_2 + x_3 + x_4)S_n / x_2, \\ S_{np(30)} = (2x_1 + 1 + x_2 + x_3 + x_4)S_n / x_3, \quad S_{np(32)} = (2x_1 + 1 + x_2 + x_3 + x_4)S_n / x_4.$$

Выведем следующие зависимости.

$$v_{cm} = v_{23}S_{np(23)} / S_{cm} = v_{25}S_{np(25)} / S_{cm} = v_{28}S_{np(28)} / S_{cm} = v_{30}S_{np(30)} / S_{cm} = v_{32}S_{np(32)} / S_{cm}.$$

$$v_5 = v_6 = (2v_{23} + v_{25})S_n / S_{cm} = (2v_{23} + v_{23} / x_1)S_n / S_{cm} = v_{23}(2x_1 + 1 / x_1)S_n / S_{cm}.$$

$$v_5 = v_6 = (2v_{23} + v_{25})S_n / S_{cm} = (2v_{25} / x_1 + v_{25})S_n / S_{cm} = v_{25}(2 / x_1 + 1)S_n / S_{cm}.$$

$$v_7 = (v_{23} + 0,5v_{25})S_n / S_{\kappa} = (v_{23} + 0,5v_{23} / x_1)S_n / S_{\kappa} = v_{23}(x_1 + 0,5 / x_1)S_n / S_{\kappa}.$$

$$v_7 = (v_{23} + 0,5v_{25})S_n / S_{\kappa} = (x_1 v_{25} + 0,5v_{25})S_n / S_{\kappa} = v_{25}(x_1 + 0,5)S_n / S_{\kappa}. \quad v_9 = v_{10} = 0,5v_{25}S_n / S_{\kappa}.$$

$$v_{17} = (v_{28} + v_{30} + v_{32})S_n / S_{cm} = (v_{28} + x_3 v_{28} / x_2 + x_4 v_{28} / x_2)S_n / S_{cm} = v_{28}(1 + x_3 / x_2 + x_4 / x_2)S_n / S_{cm}.$$

$$v_{17} = (v_{28} + v_{30} + v_{32})S_n / S_{cm} = (x_2 v_{30} / x_3 + v_{30} + x_4 v_{30} / x_3)S_n / S_{cm} = v_{30}(x_2 / x_3 + 1 + x_4 / x_3)S_n / S_{cm}.$$

$$v_{17} = (v_{28} + v_{30} + v_{32})S_n / S_{cm} = (x_2 v_{32} / x_4 + x_3 v_{32} / x_4 + v_{32})S_n / S_{cm} = v_{32}(x_2 / x_4 + x_3 / x_4 + 1)S_n / S_{cm}.$$

$$v_{18} = (v_{28} + v_{30} + v_{32})S_n / S_{\kappa} = v_{28}(1 + x_3 / x_2 + x_4 / x_2)S_n / S_{\kappa}.$$

$$v_{18} = (v_{28} + v_{30} + v_{32})S_n / S_{\kappa} = v_{30}(x_2 / x_3 + 1 + x_4 / x_3)S_n / S_{\kappa}.$$

$$v_{18} = (v_{28} + v_{30} + v_{32})S_n / S_{\kappa} = v_{32}(x_2 / x_4 + x_3 / x_4 + 1)S_n / S_{\kappa}.$$

$$v_{20} = (v_{30} + v_{32})S_n / S_{\kappa} = v_{30}(x_3 / x_2 + x_4 / x_2)S_n / S_{\kappa}. \quad v_{21} = v_{32}S_n / S_{\kappa}.$$

$$\frac{v_9}{v_8} = \frac{0,5v_{25}}{0,5v_{25} + v_{23}} = \frac{0,5v_{25}}{0,5v_{25} + x_1 v_{25}} = \frac{0,5}{0,5 + x_1}. \quad \frac{v_{23}}{v_8} = \frac{v_{23}}{0,5v_{25} + v_{23}} = \frac{v_{23}}{0,5x_1 v_{23} + v_{23}} = \frac{1}{0,5x_1 + 1}.$$

$$\frac{v_{19}}{v_{18}} = \frac{v_{30} + v_{32}}{v_{28} + v_{30} + v_{32}} = \frac{x_3 v_{25} + x_4 v_{25}}{x_2 v_{25} + x_3 v_{25} + x_4 v_{25}} = \frac{x_3 + x_4}{x_2 + x_3 + x_4}.$$

$$\frac{v_{28}}{v_{18}} = \frac{v_{28}}{v_{28} + v_{30} + v_{32}} = \frac{x_2 v_{25}}{x_2 v_{25} + x_3 v_{25} + x_4 v_{25}} = \frac{x_2}{x_2 + x_3 + x_4}.$$

$$\frac{v_{21}}{v_{20}} = \frac{v_{32}}{v_{30} + v_{32}} = \frac{x_4 v_{25}}{x_3 v_{25} + x_4 v_{25}} = \frac{x_4}{x_3 + x_4}. \quad \frac{v_{30}}{v_{20}} = \frac{v_{30}}{v_{30} + v_{32}} = \frac{x_3 v_{25}}{x_3 v_{25} + x_4 v_{25}} = \frac{x_3}{x_3 + x_4}.$$

$$y_1 = \frac{v_5}{v_{cm}} = \frac{2v_{23} + v_{25}}{2v_{23} + v_{25} + v_{28} + v_{30} + v_{32}} = \frac{2x_1 + 1}{2x_1 + 1 + x_2 + x_3 + x_4}.$$

$$y_2 = \frac{v_{17}}{v_{cm}} = \frac{v_{28} + v_{30} + v_{32}}{2v_{23} + v_{25} + v_{28} + v_{30} + v_{32}} = \frac{x_2 + x_3 + x_4}{2x_1 + 1 + x_2 + x_3 + x_4}.$$

Все формулы для отношений скоростей в уравнениях для питателей I, III, V, VI, VIII и X найдены. Для начала расчета принимаем: $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 1$. Тогда $y_1 = y_2 = 0,5$, а



$\zeta_{4-5(5)}^{\partial} = \zeta_{4-17(17)}^{\partial} = 5,5$. Имеем ([см. формулы (13) и (14)]: $v_9 / v_8 = 0,333333$, $\zeta_9 = 1,6$,
 $v_{23} / v_8 = 2,100875$, $\zeta_{23} = 0,376568$; $v_{19} / v_{18} = 0,666667$, $\zeta_{19} = 0,1$, $v_{28} / v_{18} = 1,050438$,
 $\zeta_{28} = 1,056274$;
 $v_{21} / v_{20} = 0,5$, $\zeta_{21} = 0,4$, $v_{30} / v_{20} = 1,575566$, $\zeta_{30} = 0,552788$.

Производим расчет и получаем: $x_1 = 0,990858$, $x_2 = 0,966606$, $x_3 = 0,815679$,
 $x_4 = 0,587017$. Повторяем расчет при этих значениях x_1 , x_2 , x_3 , x_4 и имеем: $x_1 = 0,984292$,
 $x_2 = 1,024842$, $x_3 = 0,776011$, $x_4 = 0,436361$. Путем подобных приближений определяем:
 $x_1 = 0,972175$, $x_2 = 1,203970$, $x_3 = 0,839708$, $x_4 = 5 \cdot 10^{-7}$; $\mu_{1-23(23)} = 0,503910$,
 $\mu_{1-25(25)} = 0,518333$, $\mu_{1-28(28)} = 0,624057$, $\mu_{1-30(30)} = 0,532788$, $\mu_{1-32(32)} = 4 \cdot 10^{-7}$. Объем A
заполнится полностью за 15,028467 с, а в объеме G уровень поднимется на 0,056703 м.

Следующий этап – заполнение части объема B из питателей I, III, V и окончание
заполнения объема G из питателя VI, VIII и X, причем заполнение объема B идет при
переменном напоре, изменяющемся от $H - H_0$ до $H - H_0 - h_B$, где h_B – некоторая
неизвестная нам величина уровня жидкости в объеме B в конце заполнения объема G . Опять
задаемся величиной h_B и производим необходимые расчеты. Оказалось, что объем B
заполнится раньше окончания заполнения объема G . Время заполнения объема B – 15,827167
с, в объеме G жидкость еще поднимется на 0,060444 м, и уровень жидкости в этом объеме
будет составлять 0,117147 м. Характеристики этого этапа заполнения форм: $x_1 = 0,972175$,
 $x_2 = 1,277676$, $x_3 = 0,900815$, $x_4 = 4,5 \cdot 10^{-7}$; $\mu_{1-23(23)} = 0,500225$, $\mu_{1-25(25)} = 0,514542$,
 $\mu_{1-28(28)} = 0,628841$, $\mu_{1-30(30)} = 0,542717$, $\mu_{1-32(32)} = 3,5 \cdot 10^{-7}$.

Окончательные результаты заполнения форм из питателей I, III, V, VI, VIII и X
таковы. Форма с КЛС заполняется на высоту 0,714 м за 131,037 с, а уровень в форме с ЯЛС в
момент окончания заполнения формы с КЛС составляет 0,5037 м. Характеристики
последнего этапа заполнения форм: $x_1 = 0,972175$, $x_2 = 2,074705$, $x_3 = 2,283692$,
 $x_4 = 1,479361$; $\mu_{1-23(23)} = \mu_{1-27} = 0,402575$, $\mu_{1-25(25)} = 0,414097$, $\mu_{1-28(28)} = 0,528717$,
 $\mu_{1-30(30)} = 0,581975$, $\mu_{1-32(32)} = 0,452158$.

Рассмотрим совместную работу питателей I–X. УБ для сечений 1–1 чаши и 24–24
питателя II:

$$H = H_0 + \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_{cm}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left(\zeta_{4-5(5)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{cm-Y}}{d_{cm}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left(\zeta_{6-7(7)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{Y-I}}{d_{\kappa}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} +$$

$$\left(\zeta_9 + \lambda \frac{l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_9^2}{2g} + \left(\zeta_{24} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{24}^2}{2g}. \quad (31)$$

УБ для сечений 1–1 чаши и 25–25 питателя III:

$$H = H_0 + \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_{cm}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left(\zeta_{4-5(5)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{cm-Y}}{d_{cm}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_5^2}{2g} + \left(\zeta_{6-7(7)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{Y-I}}{d_{\kappa}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} +$$

$$\left(\zeta_9 + \lambda \frac{l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_9^2}{2g} + \left(\zeta_{10} + \lambda \frac{l_{II-III}}{d_{\kappa}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_{10}^2}{2g} + \left(\zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{25}^2}{2g}. \quad (32)$$

УБ для сечений 1–1 чаши и 29–29 питателя VII:

$$H = H_0 + l + \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_{cm}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left(\zeta_{4-17(17)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{cm-Z}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{17}^2}{2g} + \left(\zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{Z-VI}}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{18}^2}{2g} +$$

$$\left(\zeta_{19} + \lambda \frac{l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{19}^2}{2g} + \left(\zeta_{29} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{29}^2}{2g}. \quad (33)$$

УБ для сечений 1–1 чаши и 30–30 питателя VIII:



$$H = H_0 + 2l + \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_{cm}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left(\zeta_{4-17(17)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{cm-Z}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{17}^2}{2g} + \left(\zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{B-VI}}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{18}^2}{2g} + \left(\zeta_{19} + \lambda \frac{l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{19}^2}{2g} + \left(\zeta_{20} + \lambda \frac{l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{20}^2}{2g} + \left(\zeta_{30} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{30}^2}{2g}. \quad (34)$$

УБ для сечений 1–1 чаши и 31–31 питателя IX:

$$H = H_0 + 3l + \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_{cm}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left(\zeta_{4-17(17)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{cm-Z}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{17}^2}{2g} + \left(\zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{Z-VI}}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{18}^2}{2g} + \left(\zeta_{19} + \lambda \frac{l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{19}^2}{2g} + \left(\zeta_{20} + \lambda \frac{l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{20}^2}{2g} + \left(\zeta_{21} + \lambda \frac{l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{21}^2}{2g} + \left(\zeta_{31} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{31}^2}{2g}. \quad (35)$$

УБ для сечений 1–1 чаши и 32–32 питателя X:

$$H = H_0 + 4l + \left(\zeta_{cm} + \lambda \frac{l_{cm}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left(\zeta_{4-17(17)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{cm-Z}}{d_{cm}} \right) \alpha \frac{v_{17}^2}{2g} + \left(\zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{Z-VI}}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{18}^2}{2g} + \left(\zeta_{19} + \lambda \frac{l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{19}^2}{2g} + \left(\zeta_{20} + \lambda \frac{l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{20}^2}{2g} + \left(\zeta_{21} + \lambda \frac{l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{21}^2}{2g} + \left(\zeta_{22} + \lambda \frac{l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_{22}^2}{2g} + \left(\zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{32}^2}{2g}. \quad (36)$$

Очевидно: $v_{23} = v_{27}$, $v_{24} = v_{26}$ Расход жидкости в системе

$Q = (2v_{23} + 2v_{24} + v_{25} + v_{28} + v_{29} + v_{30} + v_{31} + v_{32})S_n$. Введём следующие обозначения:

$x_1 = v_{23} / v_{25}$, $x_2 = v_{24} / v_{25}$, $x_3 = v_{28} / v_{25}$, $x_4 = v_{29} / v_{25}$, $x_5 = v_{30} / v_{25}$, $x_6 = v_{31} / v_{25}$, $x_7 = v_{32} / v_{25}$.

Приведенные площади питателей будут выглядеть так:

$$S_{np(23)} = (2x_1 + 2x_2 + 1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) / x_1 S_n,$$

$$S_{np(24)} = (2x_1 + 2x_2 + 1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) / x_2 S_n,$$

$$S_{np(25)} = (2x_1 + 2x_2 + 1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) S_n,$$

$$S_{np(28)} = (2x_1 + 2x_2 + 1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) / x_3 S_n,$$

$$S_{np(29)} = (2x_1 + 2x_2 + 1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) / x_4 S_n,$$

$$S_{np(30)} = (2x_1 + 2x_2 + 1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) / x_5 S_n,$$

$$S_{np(31)} = (2x_1 + 2x_2 + 1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) / x_6 S_n,$$

$$S_{np(32)} = (2x_1 + 2x_2 + 1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) / x_7 S_n.$$

$$\frac{v_5}{v_4} = \frac{2x_1 + 2x_2 + 1}{2x_1 + 2x_2 + 1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7}, \quad \frac{v_{17}}{v_4} = \frac{x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7}{2x_1 + 2x_2 + 1 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7}.$$

Формулы для ределения v_7 / v_6 и $\zeta_{6-7(7)}^{\partial}$ уже приводились.

Выведем следующие зависимости.

$$v_5 = v_6 = v_{23} (2 + 2x_2 / x_1 + 1 / x_1) S_n / S_{cm} = v_{24} (2x_1 / x_2 + 2 + 1 / x_2) S_n / S_{cm} = v_{25} (2x_1 + 2x_2 + 1) S_n / S_{cm}.$$

$$v_7 = v_8 = v_{23} (1 + x_2 / x_1 + 0,5 / x_1) S_n / S_{cm} = v_{24} (x_1 / x_2 + 1 + 0,5 / x_2) S_n / S_{cm} = v_{25} (x_1 + x_2 + 0,5) S_n / S_{cm}.$$

$$v_9 = v_{24} (1 + 0,5 / x_2) S_n / S_{\kappa} = v_{25} (x_2 + 0,5) S_n / S_{\kappa}. \quad v_{10} = v_{11} = 0,5 v_{25} S_n / S_{\kappa}.$$

$$v_{17} = v_{28} (x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) / x_3 S_n / S_{cm} = v_{29} (x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) / x_4 S_n / S_{cm} =$$

$$v_{30} (x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) / x_5 S_n / S_{cm} = v_{31} (x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) / x_6 S_n / S_{cm} =$$

$$v_{32} (x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7) / x_7 S_n / S_{cm}.$$



$$\begin{aligned}
 v_{18} &= v_{28}(x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7)/x_3 S_n / S_\kappa = v_{29}(x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7)/x_4 S_n / S_\kappa = \\
 v_{30}(x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7)/x_5 S_n / S_\kappa &= v_{31}(x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7)/x_6 S_n / S_\kappa = \\
 v_{32}(x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7)/x_7 S_n / S_\kappa. \\
 v_{21} &= v_{31}(x_6 + x_7)/x_6 S_n / S_\kappa = v_{32}(x_6 + x_7)/x_7 S_n / S_\kappa. \quad v_{22} = v_{32} S_n / S_\kappa. \\
 \frac{v_9}{v_8} &= \frac{x_2 + 0,5}{x_1 + x_2 + 0,5}, \quad \frac{v_{23}}{v_8} = \frac{1}{1 + x_2/x_1 + 0,5/x_1}, \quad \frac{v_{10}}{v_9} = \frac{0,5}{x_2 + 0,5}, \quad \frac{v_{24}}{v_9} = \frac{1}{1 + 0,5/x_2}. \\
 \frac{v_{19}}{v_{18}} &= \frac{x_4 + x_5 + x_6 + x_7}{x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7}, \quad \frac{v_{28}}{v_{18}} = \frac{x_3}{x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7}. \\
 \frac{v_{20}}{v_{19}} &= \frac{x_5 + x_6 + x_7}{x_4 + x_5 + x_6 + x_7}, \quad \frac{v_{29}}{v_{19}} = \frac{x_4}{x_4 + x_5 + x_6 + x_7}, \quad \frac{v_{21}}{v_{20}} = \frac{x_6 + x_7}{x_5 + x_6 + x_7}, \quad \frac{v_{30}}{v_{20}} = \frac{x_5}{x_5 + x_6 + x_7}. \\
 \frac{v_{22}}{v_{21}} &= \frac{x_7}{x_6 + x_7}, \quad \frac{v_{31}}{v_{21}} = \frac{x_6}{x_6 + x_7}.
 \end{aligned}$$

Все зависимости для отношений скоростей в формулах для питателей I–X получены.

Для начала расчета принимаем: $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = x_7 = 1$. После расчета имеем: $x_1 = 0,979236$, $x_2 = 0,995492$, $x_3 = 0,949893$, $x_4 = 0,889751$, $x_5 = 0,815871$, $x_6 = 0,721876$, $x_7 = 0,595683$. Путем последовательных приближений определяем: $x_1 = 0,865301$, $x_2 = 0,970152$, $x_3 = 1,373594$, $x_4 = 1,183149$, $x_5 = 0,821191$, $x_6 = 0,000376$, $x_7 = 8 \cdot 10^{-11}$. Коэффициенты расхода питателей: $\mu_{1-23(23)} = 0,319595$, $\mu_{1-24(24)} = 0,358321$, $\mu_{1-25(25)} = 0,369346$, $\mu_{1-28(28)} = 0,507331$, $\mu_{1-29(29)} = 0,478532$, $\mu_{1-30(30)} = 0,371145$, $\mu_{1-31(31)} = 0,000496$, $\mu_{1-32(32)} = 5 \cdot 10^{-11}$. Объем А заполнится полностью за 13,285430 с, а в объеме G уровень поднимется на 0,059086 м.

Окончательные результаты заполнения форм из питателей I–X таковы. Форма с КЛС заполняется на высоту 0,714 м за 119,69 с, а уровень в форме с ЯЛС в момент окончания заполнения формы с КЛС составляет 0,4955 м. Характеристики последнего этапа заполнения форм: $x_1 = 0,865301$, $x_2 = 0,970152$, $x_3 = 1,811810$, $x_4 = 2,132907$, $x_5 = 2,446260$, $x_6 = 2,671857$, $x_7 = 0,000487$. Коэффициенты расхода питателей на последнем этапе заполнения форм: $\mu_{1-23(23)} = \mu_{1-27(27)} = 0,245927$, $\mu_{1-24(24)} = \mu_{1-26(26)} = 0,275727$, $\mu_{1-25(25)} = 0,284210$, $\mu_{1-28(28)} = 0,342772$, $\mu_{1-29(29)} = 0,403520$, $\mu_{1-30(30)} = 0,462803$, $\mu_{1-31(31)} = 0,505483$, $\mu_{1-32(32)} = 0,000107$.

При заполнении форм из питателей I–VI форма с КЛС заполняется на высоту 0,714 м за 89,35 с, а уровень в форме с ЯЛС в момент окончания заполнения формы с КЛС составляет 0,2199 м. В случае работы питателей I, VI–X форма с ЯЛС заполняется на высоту 0,595 м за 123,21 с, уровень в форме с КЛС в момент окончания заполнения формы с ЯЛС равняется 0,4113 м.

Результаты исследования и их обсуждение

Расчетные значения скоростей (и расходов) выше опытных на величину до 5 %. Отличия небольшие, и какие-то выводы о влиянии количества работающих питателей и их расположения по высоте в литниковой системе делать сложно. В целом можно считать, что получено хорошее соответствие теоретических и экспериментальных данных.

Как видно, в ЛС столько же коэффициентов расхода, сколько в ней питателей. Причем они могут быть все одинаковыми, разными, попарно одинаковыми и т. п.

Заметим, что питатели “знают” друг о друге, так как включение или выключение хотя бы одного питателя приводит к перестройке работы всей гидравлической системы, получается новая литниковая система. Причем экспериментально процесс истечения жидкости устанавливается очень быстро, за 5–10 с, даже при резком “перекосе” в системе, когда работают, например, только питатели I–V, X или I, VI–X.



В расчетах учитываются, кроме 2-х обычных гидравлических потерь – на трение по длине и в местных сопротивлениях, – потери на изменение напора (на деление потока и ответвление части потока), подсчитываемые по соотношениям (8), (13) и (14). Суммирование потерь на изменение напора с потерями на трение по длине и в местных сопротивлениях теоретически не обосновано. Однако пока не получено экспериментальных данных, противоречащих данному допущению.

При присоединении одной ЛС к другой в каждой из систем сохраняются найденные отношения скоростей в питателях. И их рассчитывать заново не нужно. Следует только методом последовательных приближений определить v_5 / v_{17} , показывающее отношение скоростей при делении потока на выходе из стояка. Однако абсолютные значения скоростей в питателях изменяются (уменьшаются).

Как видно, в данном случае закон сообщающихся сосудов не работает, хотя скорости подъема жидкости в формах составляют порядка 0,01 м/с и ими можно пренебречь. Все определяет напор H в стояке, конструкции литниковых систем и размеры форм.

Так, о чем же идет речь? Например, в случае работы всех десяти питателей записываем для каждого из них УБ для сечений 1–1 и Z–Z. Или можно записать УБ для сечения 1–1 и любого сечения ЛС, или двух любых сечений, хотя расходы жидкости в этих сечениях могут отличаться во много раз. То есть мы *используем уравнение Бернулли для сечений потока с разными расходами* и, как это ни удивительно, эксперименты подтверждают данное, казалось бы, абсурдное допущение. И за счет этого стал возможным расчет ЛС. Безо всяких

дополнительных принципов. Только очевидное: $Q = \sum_{i=1}^n Q_i$, где Q_i – расход жидкости в i -том

питателе. В любом сечении гидравлической системы действует H в виде суммы скоростного и пьезометрического напоров и потерь напора – с учетом разности расстояний по высоте между сравниваемыми сечениями.

Уравнение Бернулли выведено для элементарной струйки идеальной (“сухой”) жидкости при установившемся движении строго теоретически, без привлечения экспериментальных данных [11, с. 95–97]: $h + p/\gamma + v^2/2g = \text{const}$ (вдоль струйки), где h – превышение сечения над плоскостью сравнения. Однако для потока реальной (вязкой) жидкости при установившемся движении приходится вводить потери напора на трение и в местных сопротивлениях и коэффициент неравномерности распределения скорости по сечению потока α [11, с. 108–111]. Причем для определения потерь на трение находят экспериментально коэффициент потерь λ , а для потерь в местных сопротивлениях – коэффициенты местных сопротивлений ζ . Коэффициенты λ и ζ зависят от скорости движения потока, шероховатости поверхности трубы и др. То есть уравнение Бернулли становится расчетно-экспериментальным. И расширение поля его работы на потоки с переменным расходом жидкости с использованием экспериментальных формул (8), (13) и (14) не должно вызывать возражений.

Уравнение Бернулли, выведенное для частного случая – для системы с одним питателем, работает и в такой сложной – многопитательной – системе, состоящей из кольцевой и ярусной систем, причем питатели в ЯЛС расположены на разных уровнях. И эта система поддается расчету. Хотя УБ выведено теоретически для ЛС с одним питателем. Почему это происходит – непонятно.

Заключение

Таким образом, впервые теоретически и экспериментально исследовано одновременное заполнение двух форм через один стояк, причем питатели в ЯЛС расположены, конечно, на разных уровнях. Разработана методика расчета скоростей и расходов жидкости в каждом питателе и во всей системе. Рассчитывается вся система с учетом отдельного заполнения каждого объема формы между питателями ЯЛС. Изменяются по мере подъема уровня металла в форме коэффициенты сопротивлений, коэффициенты расхода всех работающих питателей и скорости истечения жидкости из питателей. Однако использование расчетного напора и метода последовательных приближений при подсчете отношений скоростей позволило



рассчитывать заполнение участков формы по ее высоте и всей формы даже для такой сложной системы, как кольцевая + ярусная, причем в ЯЛС питатели расположены на разной высоте. Получено хорошее соответствие теоретических и экспериментальных данных.

Список литературы:

1. Васенин В.И. Особенности расчета расхода металла в литниковых системах // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 1988. – № 1. – С. 103–106.
2. Васенин В.И. Расчет расхода металла в разветвленной литниковой системе // Литейное производство. – 2007. – № 4. – С. 5–8.
3. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Research of cross gating system // Science and Education: materials of the III international research and practice conference, vol. I. – Munich: Vela Verlag, 2013. – P. 194–205.
4. Патент РФ на полезную модель № 116237 от 11.01.2012 “Стенд для исследования литниковых систем” / Васенин В.И., Богомягков А.В., Шаров К.В. // Изобретения. Полезные модели. – 2012. – № 14. – С. 137.
5. Васенин В.И., Богомягков А.В., Исламов И.Р., Шаров К.В. Теоретическое и экспериментальное исследование ярусной литниковой системы // Master’s Journal (Пермь). – 2013. – № 1. – С. 42–73. – URL: <http://vestnik.pstu.ru/mj/about/inf/>
6. Патент РФ на полезную модель № 114894 от 5.12.2011 “Стенд для исследования литниковых систем” / Васенин В.И., Богомягков А.В., Шаров К.В. // Изобретения. Полезные модели. – 2012. – № 11. – С. 49.
7. Васенин В.И., Анисимов Д.К., Богомягков А.В., Шаров К.В. Теоретическое и экспериментальное исследование кольцевой литниковой системы // Master’s Journal (Пермь). – 2013. – № 1. – С. 104–127. – URL: <http://vestnik.pstu.ru/mj/about/inf/>
8. Васенин В.И., Богомягков А.В. Исследование работы литниковой системы с двумя стояками // Литейное производство. – 2018. – № 8. – С. 10–13.
9. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V. Study of the work on the gating system with sprues of different height // Austrian Journal of Technical and Natural Sciences. – 2018. – № 7–8. – P. 20–28.
10. Меерович И.Г., Мучник Г.Ф. Гидродинамика коллекторных систем. – М.: Наука, 1986. – 144 с.
11. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – М.: изд-во “Бастет”, 2008. – 672 с.
12. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Research of mould filling fluid through the step gate // Eastern European Scientific Journal. – 2021. – № 4. – P. 51–66.
13. Vasenin V.I. Research of the mould filling fluid through a ring-shaped gating system // Eastern European Scientific Journal. – 2022. – № 4. – P. 65–80.
14. Токарев Ж.В. К вопросу о гидравлическом сопротивлении отдельных элементов незамкнутых литниковых систем // Улучшение технологии изготовления отливок. – Свердловск: изд-во Уральского политехнического института, 1966. – С. 32–40.
15. Jonekura Koji (et al.) Calculation of amount of flow in gating systems for some automotive castings // The Journal of the Japan Foundrymen’s Society. – 1988. – Vol. 60. – № 8. – P. 326–331.
16. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1992. – 672 с.
17. Васенин В.И., Васенин Д.В., Богомягков А.В., Шаров К.В. Исследование местных сопротивлений литниковой системы // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение. – 2012. – Т. 14. – № 2. – С. 46–53.
18. Васенин В.И., Богомягков А.В., Шаров К.В. Определение гидравлического сопротивления питателя в кольцевой литниковой системе // Литейное производство. – 2018. – № 10. – С. 14–16.
19. Васенин В.И., Богомягков А.В., Шаров К.В. Исследования L-образных литниковых систем // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение. – 2012. – Т. 14. – № 4. – С. 108–122.



20. Штеренлихт Д.В. Гидравлика. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 640 с.

21. Васенин В.И., Голубцов С.А. Определение напора и суммарной площади питателей литниковой системы // Вестник Пермского государственного технического университета. Машиностроение, материаловедение. – 2007. – № 3 (10). – С. 76–81.

References:

1. Vasenin V.I. Osobennosti rascheta rashoda metalla v litnikovyyh sistemah [Features of the calculation flow of metal in the runner system]. *Izvestiia vysshih uchebnyh zavedenii. Mashinostroyeniye*, 1988, no. 1, pp. 103–106.

2. Vasenin V.I. Raschet rashoda metalla v razvetvlyionnoi litnikovoi sisteme [The calculation of the metal in the runner system branched]. *Liteinoe proizvodstvo*, 2007, no. 4, pp. 5–8.

3. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Research of cross gating system. *Science and Education: materials of the III international research and practice conference*, vol. I. Munich: Vela Verlag, 2013, pp. 194–205.

4. Patent RF na poleznuuiu model № 116237 ot 01.12.2012 Stend dlia issledovaniia litnikovyyh sistem [Stand for investigation of gating systems]. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. *Izobreteniia. Poleznyye modeli*, 2012, no. 14, p. 137.

5. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Islamov I.P., Sharov K.V. Teoreticheskoe i eksperimental'noe issledovanie iarusnoi litnikovoi sistemy [Theoretical and experimental investigation into a step gating system]. *Master's Journal (Perm)*. 2013, no. 1, pp. 42–73. – URL: <http://vestnik.pstu.ru/mj/about/inf/>

6. Patent RF na poleznuuiu model № 114894 ot 5.12.2011 Stend dlia issledovaniia litnikovyyh sistem [Stand for investigation of gating systems]. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. *Izobreteniia. Poleznyye modeli*, 2012, no. 14, p. 49.

7. Vasenin V.I., Anisimov D.K., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Teoreticheskoe i eksperimental'noe issledovanie kol'cevoi litnikovoi sistemy [Theoretical and experimental investigation into a step gating system]. *Master's Journal (Perm)*. 2013, no. 1, pp. 104–127. – URL: <http://vestnik.pstu.ru/mj/about/inf/>

8. Vasenin B.I., Bogomyagkov A.V. Issledovanie raboty litnikovovoi sistemy s dvumia stoiakami [Investigation of the work on the gating system with two sprues]. *Liteinoe proizvodstvo*, 2018, no. 8, pp. 10–13.

9. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V. Study of the work on the gating system with sprues of different height // *Austrian Journal of Technical and Natural Sciences*. – 2018. – № 7–8. – P. 20–28.

10. Meerovich I.G., Muchnik G.F. Gidrodinamika kollektornykh sistem [Hydrodynamics of collecting systems]. Moscow: Nauka, 1986, 144 p.

11. Chugaev R.R. Gidravlika [Hydraulics]. Moscow: Bastet, 2008, 672 p.

12. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Research of mould filling fluid through the step gate // *Eastern European Scientific Journal*. – 2021. – № 4. – P. 51–66.

13. Vasenin V.I. Research of the mould filling fluid through a ring-shaped gating system // *Eastern European Scientific Journal*. – 2022. – № 4. – P. 65–80.

14. Tokarev J.V. K voprosu o gidravlicheskom soprotivlenii otel'nykh elementov nezamknutykh litnikovyyh sistem [On the hydraulic resistance of the individual elements of unclosed gating systems]. *Uluchshenie tekhnologii izgotovleniia otlivok*. Sverdlovsk: Izdatel'stvo UPI, 1966, pp. 32–40.

15. Jonekura K. (et al.) Calculation of amount of flow in gating systems for some automotive castings // *The Journal of the Japan Foundrymen's Society*, 1988, vol. 60, no. 8, pp. 326–331.

16. Idel'chik I.E. Spravochnik po gidravlicheskim soprotivleniiam [Handbook of hydraulic resistances]. Moscow: Mashinostroyeniye, 1992, 672 p.

17. Vasenin B.I., Vasenin D.V., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Issledovanie mestnykh soprotivlenii litnikovoi sistemy [Research of the local resistances in the gating system]. *Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politehnicheskogo universiteta. Mashinostroyeniye, materialovedeniye*, 2012, vol. 14, no. 2, pp. 46–53.



18. Vasenin B.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Opredelenie gidravlicheskogo soprotivleniia pitatel'noi v kol'cevoi litnikovoi sisteme [Definition of the hydraulic resistance of the feeder in the ring-shaped gating system]. *Liteinoe proizvodstvo*, 2018, no. 10, pp. 14–16.
19. Vasenin B.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Issledovaniia L-obraznykh litnikovovykh sistem [Research of L-shaped gating systems]. *Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politehnicheskogo universiteta. Mashinostroenie, materialovedenie*, 2012, vol. 14, no. 4, pp. 108–112.
20. Shterenliht D.V. Gidravlika [Hydraulics]. Moscow, Energoatomizdat, 1984, 640 p.
21. Vasenin V.I., Golubcov S.A. Opredelenie napora i summarnoi ploshadi pitatelei litnikovoi systemy [Determination of the head and summary area feeders of the gating system]. *Vestnik Permskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Mashinostroenie, materialovedenie*, 2007, no. 3(10), pp. 76–81.

