

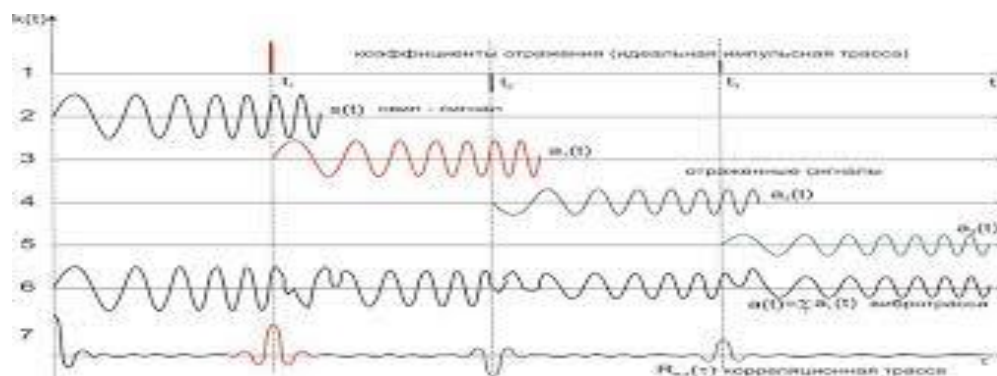
Капцов Олег Викторович
ООО «Капцерн»

НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ВЫДЕЛЕНИЯ И АНАЛИЗА СИГНАЛОВ. КАПЦПРЕОБРАЗОВАНИЕ.

Аннотация: широко известное Фурье Преобразование сигналов позволяет анализировать спектр частот любого процесса. И за десятки лет не развивалось по существу, а только масштабировалось. Анализ процессов Фурье Преобразованием производится во всех сферах: экономике, социальных и научных, и прикладных. Растущие объемы и разнообразие информации требуют более точных методов анализа и алгоритмов поиска более тонких различий любых процессов.

Ключевые слова: Капц-преобразование, Преобразование Фурье, обработка сигналов, Свип-сигналы, капц-спектр.

Использование в Глубинном сейсмическом зондировании длительных вибрационных сигналов с заданным законом изменения частоты характеризуется новым подходом к начальной стадии обработки сигналов. Пример Свип-сигналов (2-3-4-5) с нарастающей частотой и их сумма 6.



В частности, появился новый анализируемый параметр вибрационных сигналов или так называемых свип-сигналов, вида - $\sin at^2$, где скорость нарастания частоты- $\alpha = const \ll 1$ (Гц/сек), в отличие от взрывных импульсов, у которых $\alpha \rightarrow \infty$. Поэтому возникает вопрос: можно ли, используя дополнительный параметр увеличить возможности выделения и анализа вибрационных сигналов. Такая попытка была предпринята в работа [2/], где вибрационные сигналы представляются в спектрально-временной области путем вычисления частотных спектров в «скользящем окне» вдоль всего вибросигнала. Показано, что существует оптимальный размер участка анализа ($T = \sqrt{\frac{2\pi}{\alpha}}$), больше или меньше которого мы не получим более разрешенный спектр. Полученная разрешенность в спектрально-временной области, оцененная как половина участка анализа – $T/2$, не удовлетворяет задаче выделения отдельных волн в сложном интерференционном поле. Спектрально-временное представление дает общую картину волнового процесса и анализа нелинейных явлений.

В данной работе предложено преобразование (назовем его капц-преобразование), с помощью которого можно вычислить скорость нарастания частоты вибросигнала подобно вычислению частотных спектров. А также показала возможности данного метода к задаче выделения и анализа вибросигналов. При этом использована теория преобразования Фурье.

Следует отметить, что скорость нарастания частоты свип-сигналов задается аппаратным образом; аналитического вычисления ее нет.

Рассмотрим ряд вида $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx^2 + b_n \sin nx^2)$, в котором частичные суммы являются линейными комбинациями функций из системы:



$$1, \cos x^2, \sin x^2, \cos 2x^2, \sin 2x^2, \dots, \cos nx^2, \sin nx^2 \quad (0)$$

И предположим, что интегрируемую на отрезке $[0, \sqrt{2\pi}]$ функцию $f(x)$ можно разложить в этот ряд:

$$f(x) \sim a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx^2 + b_n \sin nx^2) \quad (1)$$

Тригонометрический ряд (1) аналогичен ряду Фурье [1], за исключением, что один аргумент возведен в квадрат. Чтобы показать верность разложения (1), используем теорию разложения функции в ряд Фурье [1]. Все доказательства будут аналогичными. Единственной особенностью при доказательствах является использование весовой функции – x , которая обеспечивает полное соответствие разложения (1) разложению Фурье. Для этого, докажем ортогональность системы функций (0), найдем коэффициенты a_n , b_n , и вычислим Интеграл Дирихле, на основе которого строятся большинство доказательств.

Данная система функций (0) будет являться ортогональна с весом x и только с ним (это одно из knowhow автора). Покажем на отрезке $[\varepsilon_1, \varepsilon_2]$, где $\varepsilon_1=0$, $\varepsilon_2=\sqrt{2\pi}$: согласно определению ортогональности рассмотрим комбинации перемножения функций из системы (0) и проинтегрируем их с весом x :

$$\begin{aligned} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} x \sin nx^2 \cos mx^2 dx &= \frac{1}{2} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \sin nx^2 \cos mx^2 dx^2 = \\ &= \frac{1}{4} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} [\sin(n+m)x^2 + \cos(n-m)x^2] dx^2 = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

При $n \neq m$

$$\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} x \cos nx^2 \cos mx^2 dx = \frac{1}{4} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} [\cos(n+m)x^2 + \cos(n-m)x^2] dx^2 = 0 \quad (3)$$

При $n \neq m$

$$\begin{aligned} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} x \sin nx^2 \sin mx^2 dx &= \frac{1}{2} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \sin nx^2 \sin mx^2 dx^2 = \\ &= \frac{1}{4} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} [\cos(n-m)x^2 - \cos(n+m)x^2] dx^2 = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

При $m=n$

$$\begin{aligned} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} x \sin nx^2 \cos mx^2 dx &= \frac{1}{2} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \sin nx^2 \cos mx^2 dx^2 = \\ &= \frac{1}{4} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} [\sin(n-m)x^2 + \sin(m+n)x^2] dx^2 = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\int_{\varepsilon_2}^{\varepsilon_1} x \sin^2 nx^2 dx = \frac{1}{2} \int_{\varepsilon_2}^{\varepsilon_1} \sin^2 nx^2 dx^2 = \frac{1}{4} \int_{\varepsilon_2}^{\varepsilon_1} [1 - \cos 2\pi nx^2] dx^2 = \frac{\pi}{2} \quad (6)$$

$$\int_{\varepsilon_2}^{\varepsilon_1} x \cos^2 nx^2 dx = \frac{1}{2} \int_{\varepsilon_2}^{\varepsilon_1} \cos^2 nx^2 dx^2 = \frac{1}{4} \int_{\varepsilon_2}^{\varepsilon_1} [1 + \cos 2\pi nx^2] dx^2 = \frac{\pi}{2} \quad (7)$$

Для произвольного отрезка $[0, T]$ – условие ортогональности с весом выполняется для системы функций:

$$1, \cos \frac{\pi}{T} x^2, \cos \frac{2\pi}{T} x^2, \dots, \cos \frac{n\pi}{T} x^2, \sin \frac{\pi}{T} x^2, \sin \frac{2\pi}{T} x^2, \dots, \sin \frac{n\pi}{T} x^2;$$

Определением коэффициенты a_m , b_m в разложении (1) по методу Эйлера-Фурье. Пусть функция интегрируема в промежутке $[0, \sqrt{2\pi}]$. Допустим, что это разложение имеет место и проинтегрируем его: почленно с весом x от 0 до $\sqrt{2\pi}$ мы получим:

$$\int_0^{\sqrt{2\pi}} x f(x) dx = \pi a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \int_0^{\sqrt{2\pi}} x \cos mx^2 dx + b_n \int_0^{\sqrt{2\pi}} x \sin mx^2 dx \right] \quad (8)$$

А так как:

$$\int_0^{\sqrt{2\pi}} \cos nx^2 dx^2 = \frac{\sin nx^2}{n} \Big|_0^{\sqrt{2\pi}} = 0 \quad (9)$$

$$\int_0^{\sqrt{2\pi}} \sin nx^2 dx^2 = \frac{-\cos nx^2}{n} \Big|_0^{\sqrt{2\pi}} = 0; \quad (10)$$

$$\text{Окончательно получим } a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\sqrt{2\pi}} x * f(x) dx; \quad (11)$$

Для определения коэффициента a_m в ряде (1), умножим обе части равенства на части равенства на $x * \cos mx^2$ и проинтегрируем почленно:

Получим

$$\begin{aligned} \int_0^{\sqrt{2\pi}} x * f(x) * \cos mx^2 dx &= a_0 * \int_0^{\sqrt{2\pi}} x * \cos mx^2 dx + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n * \int_0^{\sqrt{2\pi}} x * \cos mx^2 \cos nx^2 dx + b_n * \int_0^{\sqrt{2\pi}} x * \sin nx^2 \cos mx^2 dx \right] \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$



Первый член исчезает ввиду (7). Далее имеем, используя формулы (3) и (5), останется только интеграл при $n=m$, при котором стоит множитель a_m :

$$a_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\sqrt{2\pi}} x * f(x) * \cos mx^2 dx; \quad (13)$$

Аналогично, умножая (1) на $x * \sin mx^2$ и почленно интегрируя получим:

$$b_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\sqrt{2\pi}} x * f(x) * \sin mx^2 dx; \quad (14)$$

Вид коэффициентов аналогичен коэффициентам ряда Фурье, только мы используем весовую функцию для устойчивости преобразования.

Для исследования поведения ряда (1) в какой-нибудь определенной точке $x=x_0$,

Составим удобное выражение для его частичной суммы:

$$S_n(x_0) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^n (a_n \cos nx_0^2 + b_n \sin nx_0^2) \quad (15)$$

Подставим вместо коэффициентов их интегральные выражения и подведем постоянные числа $\cos(mx) \sin(mx)$ под знак интеграла:

$$\begin{aligned} S_n(x_0) &= \frac{2}{2\pi} \int_0^{\sqrt{2\pi}} u f(u) du + \sum_{m=1}^n \frac{2}{\pi} \int_0^{\sqrt{2\pi}} u f(u) [\cos mu^2 \cos mx_0^2 + \sin mu^2 \sin mx_0^2] du = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\sqrt{2\pi}} f(u) \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{m=1}^n \cos m(x - x_0) \right\} du^2 = |u^2 = x x_0^2 = x_0| = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\sqrt{x}) \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{m=1}^n \cos m(x - x_0) \right\} dx \end{aligned} \quad (16)$$

Используя формулу для преобразования выражения в фигурных скобках (), будем иметь:

$$\frac{1}{2} + \sum_{m=1}^n \cos m(x - x_0) = \frac{\sin(2\pi+1)\frac{x-x_0}{2}}{2\sin\frac{x-x_0}{2}}; \quad (17)$$

И окончательно:

$$S_n(x_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\sqrt{x}) \frac{\sin(2\pi+1)\frac{x-x_0}{2}}{2\sin\frac{x-x_0}{2}} dx \quad (18)$$

Этот важный интеграл носит имя Дирихле. Далее используя леммы признаки Дирихле и Римана в частичной сумме (18) показывается сходимость ряда (1).

Итак, мы показали, что, используя весовую функцию x мы сводим все доказательства о верности разложения () к доказательствам для ряда Фурье.

Окончательно, для класса свип- сигналов, будет справедливо выражение:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{F(\alpha)}{t} * e^{-iat^2} d\alpha; \quad (19)$$

$$\text{Где } F(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty t * f(t) * e^{-iat^2} dt; \quad (20)$$

Выражение (20) есть искомый капц-спектр или спектр скорости нарастания частоты подобно частному спектру.

Рассмотрим преобразование (20) для свип-сигнала: $f(t)=\sin \alpha_0(t+t_H)^2$, у которого два неизвестных параметра:

1. $\alpha_0 = \frac{\omega_H - \omega_K}{2T}$ – скорость нарастания частоты;

$|\omega_H - \omega_K|$ – диапазон частот,

T – длительность сигнала,

2. t_H – начальное время(или время прихода).

В результате вычислений получим реальную и мнимую части капц-спектра в виде:

$$F_{Re}(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{t_0} t * \sin \alpha_0(t + t_H)^2 * \cos \alpha * t^2 dt = \frac{1}{2\pi} * \frac{\cos((\alpha - \alpha_0) * \left(T + \frac{\alpha_0 t_H^2}{\alpha - \alpha_0}\right)^2 - \frac{\alpha \alpha_0 t_H^2}{\alpha - \alpha_0})}{\alpha - \alpha_0 + \alpha_0 \frac{t_H}{T}}; \quad (21)$$

$$F_{Im}(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_0^t t * \sin \alpha_0(t + t_H)^2 * \sin \alpha * t^2 dt = \frac{1}{2\pi} * \frac{\sin((\alpha - \alpha_0) * \left(T + \frac{\alpha_0 t_H^2}{\alpha - \alpha_0}\right)^2 - \frac{\alpha \alpha_0 t_H^2}{\alpha - \alpha_0})}{\alpha - \alpha_0 + \alpha_0 \frac{t_H}{T}}; \quad (22)$$

Спектр скорости нарастания частоты определяется, подобно частотному спектру, суммой квадратов (21) и мнимой части (22) частей- назовем его капц-спектр:



$$|F(\alpha)| = F_{Re}^2(\alpha) + F_{Im}^2(\alpha) = \frac{1}{8\pi} \frac{1}{(\alpha - \alpha_0 + \alpha_0 \frac{t_H}{T_0})^2}; \quad (23)$$

Максимум спектра соответствует значению: $\alpha = \alpha_0 * (1 + \frac{t_H}{T})$;

Видно, что капцспектр зависит от двух параметров: начального времени – t_H и скорость нарастания частоты- α_0 . Поэтому если какой-либо из параметров известен, то можно определить другой параметр. Максимум капцспектра соответствует значению:

$\alpha = \alpha_0 + \alpha_0 \frac{t_H}{T_0}$, т.е. если t_H - известно, то определяется α_0 – и наоборот.

Шаг дискретизации в капц-области будет равен: $\Delta\alpha = \frac{1}{T^2}$;

Преобразование свип-сигнала с произвольной начальной частотой будет выглядеть следующим образом:

$$Re \int_0^T t \sin(\alpha_0 t^2 + 2\alpha_0 t_1 t + \varphi_1) \cos(\alpha t^2 + 2\alpha t_2 t) dt = \left\{ (\alpha_0 - \alpha) \left[\left(t + \frac{\Delta\varphi}{\Delta\alpha} \right)^2 - \left(\frac{\Delta\varphi}{\Delta\alpha} \right)^2 + \frac{\varphi_1}{\Delta\alpha} \right] \right\} =$$

$$= |\Delta\alpha = \alpha_0 - \alpha \Delta\varphi = \alpha_0 t_1 - \alpha t_2| = \frac{1}{4} \frac{T}{\Delta\alpha (T + \frac{\Delta\varphi}{\Delta\alpha})} \cos \left(\Delta\alpha \left(T + \frac{\Delta\varphi}{\Delta\alpha} \right)^2 + \varphi \right) - \frac{1}{4} \int_0^T \frac{\Delta\varphi \cos(*)^2}{\Delta\alpha (*)} d *$$

$$Re \approx \frac{1}{4} \frac{T}{\Delta\alpha T + \Delta\varphi} \cos \left(\Delta\alpha \left(T + \frac{\Delta\varphi}{\Delta\alpha} \right)^2 + \varphi \right); \quad \Delta\varphi = \alpha_0 t_1 - \alpha t_2$$

$$Lm = \frac{1}{4} \frac{T}{\Delta\alpha T + \Delta\varphi} \sin \left(\Delta\alpha \left(T + \frac{\Delta\varphi}{\Delta\alpha} \right)^2 + \varphi \right); \quad \Delta\alpha = \alpha_0 - \alpha$$

$$|F| = \sqrt{Re^2 + Lm^2} = \frac{1}{2} \frac{T}{\Delta\alpha T + \alpha_0 t_1 - \alpha t_2} = \frac{1}{4} \frac{T}{(\alpha_0 T + \alpha_0 t_1 - \alpha T - \alpha t_2)};$$

Условие для максимума

$$\frac{\alpha_0 T + \alpha_0 t_1 - \alpha (T + t_2)}{T} = 0;$$

$$\alpha \left(1 + \frac{t_1}{T} \right) = \alpha \left(1 + \frac{t_2}{T} \right)$$

Максимум α -спектра:

$$\alpha = \alpha_0 \frac{(1 + \frac{t_1}{T})}{(1 + \frac{t_2}{T})}; \quad t_1\text{- время прихода свип-сигнала, } t_2\text{- время прихода опорного свип-сигнала.}$$

Приложения для преобразования:

1. Выявление закономерностей с изменяющейся частотой – капцемерности
2. Моделирование процессов сознания на основе новейших теорий его возникновения (квантовых и теории нарастающих частот физиологических процессов в гиперсети нейронов).
3. Цифровизация социальных процессов и теории отношений субъектов. В обработке и интеграции анализа во всех видах научных направлений. Например – дискретизация химии запахов.
4. Выделение сигналов в вибросейсмике. Определение скорости нарастания свип-сигнала. Определение времени вступления свип-сигнала.
5. Используя обратимость преобразования возможна фильтрация в капц-области для увеличения отношения сигнал/шум.
6. Использование преобразования при распознавании голосов и образов- как одного из самых стабильных параметров.
7. Пример в физике: летят две частицы и осцилируют (колеблются в одинаковых спектрах), но энергии и свойства разные. И одной из причин может быть разная скорость нарастания частоты.

В интерферационных картинах изображений – голограммах.

Также при квантовании частиц – для которых существует определенный временной интервал, зависящий от скорости нарастания частоты, и энергия (квадрат спектра на этом интервале) при увеличении или уменьшении временного интервала анализа – этот спектр не увеличивается при увеличении интервала анализа.



5. Для более глубокого изучения корреляции явлений – помимо частотного спектра – сравнивать капцспектры. Генетическое, фенотипическое сходство, например, можно точнее определять.

6. Алгоритмы для программ-роботов торговли на биржах. Прогноз процессов.

7. В теории отношений субъектов единица КАПЦ – является измерителем отношений – т.е. как только отношения изменились на один капц – это значит, что в определенном виде взаимодействий (визуальное, тактильное, ментальное, физическое и т.п.) частота стала меняться. Скорость изменения отношений и измеряется в капцах. Суть понятия отношений – это периодическое взаимодействие субъектов определенный период времени с некоторой частотой для определенных целей.

8. Приставка «капц» в словесности также видоизменяет суть слов, когда смысл слова уже недостаточно точен для описания явления. Пркапцевать явление – значить разложить на временные участки, периоды и частоты, формы взаимодействий описываемый процесс.

Использование капцпреобразования защищено авторским правом. Консультации и программирование прикладных алгоритмов в соответствии с заявками на разработку.

Список литературы:

1. Г.М. Фихтенгольц т. ||| Курс дифференцированного и интегрального исчисления. ФИЗМАТГИЗ Москва 1960 Ленинград.
2. О.В.Капцов Спектрально-временное представление вибрационных сигналов стр.146 СНТ Излучение и прием вибросейсмических сигналов. Вып.1 1990г.

