DOI 10.58351/2949-2041.2026.39.10.013

Лавриненко Дмитрий Александрович
учитель математики и информатики, МОУ «Бородино»
Lavrinenko Dmitry Alexandrovich
teacher of mathematics and informatics
teacher of mathematics and informatics, Borodino School

КОГНИТИВНЫЕ БАРЬЕРЫ ПРИ ПЕРЕХОДЕ ОТ АРИФМЕТИЧЕСКОГО К АЛГЕБРАИЧЕСКОМУ МЫШЛЕНИЮ В ТЕМЕ «УРАВНЕНИЕ»
COGNITIVE BARRIERS IN THE TRANSITION FROM ARITHMETIC TO ALGEBRAIC THINKING IN THE TOPIC «EQUATION»

Аннотация. В статье рассматриваются когнитивные барьеры, возникающие у школьников при переходе от арифметического к алгебраическому способу мышления в теме «Уравнение». Анализируются изменения в понимании знака равенства, неизвестного и допустимых преобразований уравнения. Описываются типичные проявления этих барьеров и предлагаются методические приёмы их преодоления, доступные учителю в условиях обычного урока.

Abstract. The article examines cognitive barriers that arise in schoolchildren during the transition from arithmetic to algebraic thinking in the topic “Equation”. Changes in the understanding of the equality sign, the unknown and permissible transformations of an equation are analysed. Typical manifestations of these barriers are described, and methodological techniques for overcoming them, available to a teacher in a regular lesson, are proposed.

Ключевые слова: Уравнение, арифметическое мышление, алгебраическое мышление, когнитивный барьер, преемственность, неизвестное, методика обучения математике.

Keywords: Equation, arithmetic thinking, algebraic thinking, cognitive barrier, continuity, unknown, methods of teaching mathematics.

Тема «Уравнение» занимает особое место в школьном курсе математики, поскольку именно в ней наиболее отчётливо просматривается переход от «арифметического» к «алгебраическому» мышлению. В 5-6 классах уравнение решается как задача на нахождение неизвестного компонента: «…чтобы найти слагаемое, нужно из суммы вычесть известное слагаемое…» или «…чтобы найти уменьшаемое – сложить вычитаемое и разность…». Ученик действует с числами и правилами их преобразования. В 7 же классе от него требуется принципиально иное действие – оперировать неизвестным так, как «если бы оно было известно», переносить слагаемые через знак равенства, приводить подобные, понимать все эти способы и уметь их применять. Внешне это выглядит как продолжение той же работы с числами, но когнитивно это другая деятельность.

В отечественной методике вопрос упирается в связку между математикой 5-6 классов и алгеброй 7-9 классов. В младших классах ученики решают уравнения через связь компонентов и результатов арифметических действий – других приёмов почти не дают. Но уже в седьмом классе всё меняется: в ход идут тождественные преобразования обеих частей уравнения [4]. Такой скачок закономерен: он фиксирует сдвиг в мышлении. Л. С. Выготский называл это переходом от «эмпирического обобщения к теоретическому», а В. В. Давыдов – от «рассудочно-эмпирического к разумно-теоретическому» мышлению [1; 3].

Первый когнитивный барьер связан с изменением функции знака «=». В арифметике он фактически обозначает «Равно – значит здесь будет результат»: $5 + 3 = 8$. В алгебре он обозначает равенство двух выражений, каждое из которых может быть преобразовано: $5 = x + 2$ – это утверждение «левая и правая часть уравнения тождественные». Если ученик сохраняет арифметическое прочтение, запись $5 = x + 2$ кажется ему «перевёрнутой» и неестественной. На практике это проявляется в том, что школьник отказывается начинать решение с той части, где стоит неизвестное, или воспринимает уравнение вида $10 - 3x = x +$

2 как «неправильное», потому что «икс не может стоять справа». Преодоление этого барьера не требует длительных объяснений: достаточно серии заданий, в которых равенство читается в обе стороны. Например, можно использовать фразу: «Петя старше Коли на 3 года, а вместе им 15 лет», ее алгебраическая интерпретация может быть записана как $x + (x + 3) = 15$, так и $(x - 3) + x = 15$ – оба варианта верны. Данный барьер достаточно легко и быстро преодолим подбором правильных примеров при объяснении задач.

Второй барьер – специфическое отношение к переменной. При рассмотрении алгебраического подхода к решению уравнений, у обучающихся частно возникает ассоциация – «x часто является местом, куда потом подставят число, своеобразной пустой коробкой». Пока уравнение имеет общий вид $ax + b = c$, такая интерпретация работает. Это значит, что «коробку можно «развернуть» обратными действиями». Но как только x появляется в обеих частях или несколько однотипных слагаемых с x, «коробочная» логика ломается. Ученик не может сложить $3x$ и $5x$, потому что не знает, что в «коробках», или, наоборот, работает с выражением $3x - 5x$ как $3 - 5$, получая $-2x$, но не понимает, почему это допустимо. Здесь полезен приём из теории П. Я. Гальперина о поэтапном формировании умственных действий [2]. Сначала ученик должен прочувствовать действие с неизвестным в осязаемой форме – потрогать, подвигать. Потом проговорить вслух, разложить по шагам. И лишь затем переходить к мысленным операциям. На уроке это легко показать на простых вещах: взять те же «весы» или «чаши», положить на чашу предмет вместо икса – и пусть ребята сами увидят, как сохраняется равновесие. Тогда действия с $3x$ и $5x$ становятся такими же законными, как действия с 3 кг и 5 кг. В практической деятельности, а именно на уроках математики, применять метод с весами достаточно проблематично, на практике же, часто используется «преобразование абстрактного – в физическое», выражение $10x - x$, можно интерпретировать в простой и понятный пример: «десять апельсинов отнять один апельсин», в таком случае ответ приходит сам собой – «один апельсин», а следовательно $10x - x = 9x$. Важно, чтобы это не осталось метафорой: после нескольких упражнений нужно вернуться к символической записи и показать, что правила приведения подобных слагаемых не зависят от того, знаем мы x или нет.

Третий барьер имеет методическую природу. В 5-6 классах уравнение решается через правила применения обратных операций к результату. В 7 классе вводится новый метод: перенос слагаемых из одной части в другую с изменением знака, приведение подобных, деление обеих частей на коэффициент. В шестом классе школьники спокойно переносят слагаемые – и не задумываются, почему так можно, а значит способ переноса слагаемых усваивается без обоснования, поскольку свойства равенства ещё не изучались [5]. Методически показать связь этих подходов достаточно просто на одном уравнении, например: можно решить уравнение $2x + 5 = 17$ так, сначала найти $2x$ как неизвестное слагаемое: $2x = 12$, затем как неизвестный множитель $x = 6$, или другим способом – перенести 5 вправо: $2x = 17 - 5$, затем разделить на 2. Сравнение двух записей делает видимым, что перенос слагаемого – это то же самое действие, только выполненное сразу над обеими частями.

Когнитивные барьеры удобно отслеживать по типичным ошибкам. Если ученик систематически пишет $3x - 5x = -2$ без x, это не невнимательность, а признак того, что x для него – не число, а «ярлык», который можно отбросить. Если при решении $10 - 3x = x + 2$ он переносит 10 вправо, но не меняет знак, это говорит о том, что правило переноса ещё не стало для него осмысленным действием над равенством, а осталось заученной последовательностью. Если он отказывается делить обе части на отрицательное число, сохраняя знак неравенства по привычке из арифметики, – это ещё один маркер незавершённого перехода.

Данные ошибки наиболее продуктивно решаются через повторное возвращение к смыслу равенства и утверждения, что каждое преобразование сохраняет истинность утверждения. Необходимо показать, что каждое действие – не просто строчка в тетради, а шаг, который позволяет правильно решить уравнение уравнение. Пусть ученик видит, что после преобразования утверждение по-прежнему правдиво. Исследователи говорят: «всерьёз с

уравнениями и неравенствами школьники сталкиваются только в седьмом классе, на уроках алгебры. А в 1-6 классах материал устроен так, что не даёт ребятам даже намёка, куда дальше движутся эти знания» [6]. Именно поэтому работа с типичными ошибками на переходном этапе приобретает особое значение.

Таким образом, переход от арифметического к алгебраическому мышлению в теме «Уравнение» не сводится к освоению новой символики. Это смена базовой установки. Когнитивные барьеры, описанные в статье, не являются отклонением, напротив – они закономерны и предсказуемы. Их преодоление не требует специальных диагностик – достаточно внимательно отнестись к типичным ошибкам и построить работу так, чтобы новое действие выросло из старого, а не отменило его. Предложенные приёмы (чтение равенства в обе стороны, материализованные действия с неизвестным, параллельное решение двумя способами, анализ «испорченных» шагов) опираются на отечественную психолого-педагогическую традицию и доступны в условиях обычного урока.

Список литературы:

1. Выготский, Л. С. Мышление и речь / Л. С. Выготский. – Москва: Лабиринт, 1999. – 352 с. – Текст: непосредственный.

2. Гальперин, П. Я. Методы обучения и умственное развитие ребенка / П. Я. Гальперин. – Москва: Изд-во МГУ, 1985. – 45 с. – Текст: непосредственный.

3. Давыдов, В. В. Теория развивающего обучения / В. В. Давыдов. – Москва: ИНТОР, 1996. – 544 с. – Текст: непосредственный.

4. Солдатенко, Е. А. Некоторые методические вопросы преемственности при изучении уравнений в курсе математики 5–7 классов / Е. А. Солдатенко, Г. И. Новгородцева // Вестник Вологодского государственного университета. – 2018. – № 1. – С. 58–62. – Текст: непосредственный.

5. Некоторые проблемы реализации преемственности в решении уравнений и неравенств в 1–6 классах. – Текст: электронный // КиберЛенинка: [сайт]. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/nekotorye-problemy-realizatsii-preemstvennosti-v-reshenii-uravneniy-i-neravenstv-v-1-6-klassah (дата обращения: 17.10.2026).

6. Аммосова, Н. В. Реализация преемственности в обучении математике в основной и старшей школе (на примере изучения уравнений) / Н. В. Аммосова, Г. Г. Краснова // Сибирский педагогический журнал. – 2013. – № 3. – С. 121–125. – Текст: непосредственный.

7. Мордкович, А. Г. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович, Н. П. Николаев. – Москва: Мнемозина, 2021. – 240 с. – Текст: непосредственный.

8. Макарычев, Ю. Н. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразовательных организаций / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова. – Москва: Просвещение, 2023. – 256 с. – Текст: непосредственный.