

Михаляев Бадма Борисович

д.ф.-м. н., доцент, КалмГУ им Б.Б. Городовикова
Элиста

Горяева Виктория Николаевна

аспирант, КалмГУ им Б.Б. Городовикова
Элиста

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ МОД В ОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ ВДОЛЬ СИЛОВОЙ ТРУБКИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

Аннотация. В статье рассмотрена модель корональной петли в виде однородной двойной магнитной трубки с продольным полем в центральной части – шнуре и коаксиальной оболочке, заполненные холодной плазмой. Так как поля продольные, то полный продольный ток в трубке равен нулю. Распределение плотности кусочно-постоянное, токи – диффузные. Получены аналитические решения линейных уравнений, связанные граничными условиями и уравнениями равновесия, в плотном шнуре, разреженной оболочке и сильно разреженной окружающей среде.

Ключевые слова: Солнце, корональные петли, колебания и волны, цилиндрическая магнитная трубка.

Появление новых космических приборов с высоким разрешением позволило значительно продвинуться в изучении динамики короны, состоящей из десятков тысяч горячих петель на Солнце. В настоящее время предполагают, что солнечная корона имеет высокую температуру благодаря магнитному полю и нагрев осуществляется за счет различных волновых мод. Основными строительными блоками для солнечного магнитного поля являются силовые трубки [4]. Корональная сейсмология, как новое направление солнечной физики, ставит перед собой задачу получения информации о плазме и магнитном поле короны на основе наблюдаемых колебаний магнитных структур. Моделирование корональных петель в виде магнитных трубок является теоретической основой корональной сейсмологии. Разработка адекватных моделей корональных магнитных петель, играет ключевую роль в моделировании магнитного Солнца.

Для описания процессов и анализа характеристик, происходящих в корональных магнитных трубках [1], используется система уравнений магнитной гидродинамики, включающая в себя уравнения сохранения массы, движения, энергии, теплопередачи, индукции магнитного поля. Эти уравнения дополняются граничными условиями на внутренней и внешней поверхностях трубки, учитывающими стабилизирующее закрепление линий на концах силовой трубки в фотосфере.

Решение данной задачи позволит получить соотношения, связывающие параметры плазменной трубки, такие как ее форму, размеры, распределение плотности плазмы, давления и магнитного поля внутри и вокруг нее с периодами колебаний. Это позволит более полно понять физические процессы, происходящие в короне, которая состоит в основном из корональных петель. В данной работе мы рассматриваем модель двойной магнитной трубки, заполненная плотной плазмой, удерживаемая магнитным полем. Описанная модель согласуется с часто наблюдаемыми магнитными силовыми трубками на Солнце [2, 3].

Внутренний цилиндр радиуса $r < b$ называется шнуром, а внешний цилиндр с радиусом $b < r < a$ называется оболочкой. Эта модель изображена на рисунке 1 и предполагает однородное распределение плотности ρ_i, ρ_m, ρ_e плазмы и p_i, p_m, p_e давления по всей трубке для упрощения расчетов. Продольное магнитное поле с индукцией $\mathbf{V}_i = V_i e_z, \mathbf{V}_m = V_m e_z, \mathbf{V}_e = V_e e_z$ сонаправлено с осью трубки.



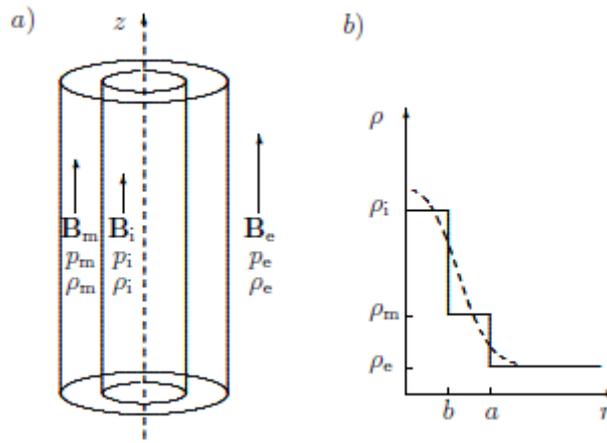


Рис. 1. а) Схема обозначений силовых линий магнитного поля в двойной цилиндрической трубке; б) сплошной линией обозначена зависимость плотности плазмы в шнуре (i), оболочке (m) и во внешней среде (e) от расстояния от оси трубки, пунктирной линией – реальное распределение на основе наблюдений.

В бессиловых полях сила Лоренца преобладает над градиентом давления и силой тяжести, когда плазма имеет низкую бета $\beta = 8\pi p_0 / B_0^2 \ll 1$. Такие условия существуют над активной областью и пренебрежение силой тяжести значительно упрощает решение задачи.

Равновесная бессиловая конфигурация в цилиндрической геометрии (r, φ, z) возмущения описываются вида $\exp(ikz + im\varphi - i\omega t)$. Здесь k – продольное волновое число возмущения вдоль трубки, целочисленное m – номер цилиндрической моды.

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{v}(r)e^{i(kz+m\varphi-\omega t)}, & \rho &= \rho(r)e^{i(kz+m\varphi-\omega t)} \\ p &= p(r)e^{i(kz+m\varphi-\omega t)}, & \mathbf{B} &= \mathbf{B}(r)e^{i(kz+m\varphi-\omega t)}. \end{aligned}$$

Устойчивость волновых возмущений статической равновесной конфигурации можно исследовать, если искать решения линеаризованной системы идеальной (бездиссипативной) МГД.

Условие магнитодростатического равновесия цилиндрической силовой трубки на границах рассматриваемых трех областей связывает давление плазмы с квадратичным значением индукции магнитного поля соотношением:

$$p_i + \frac{B_i^2}{2\mu_0} = p_m + \frac{B_m^2}{2\mu_0} = p_e + \frac{B_e^2}{2\mu_0}$$

Альвеновские волны распространяются со скоростью $V_A = \sqrt{\frac{B_0^2}{4\pi\rho_0}}$, звуковые магнитоакустические волны распространяются со скоростью $C_S = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}}$. Причем в корональных условиях справедливы соотношения характерных скоростей:

$$C_{se} < C_{si} < V_{Ai} < V_{Ae}, \quad C_{si} < V_{Am}, \quad C_{se} < C_{sm} < V_{Am}, \quad C_{sm} < V_{Ai}.$$

Дисперсионные соотношения для альвеновских волн внутри шнура и оболочки имеют вид:

$$\omega^2 - V_{Ai}^2 k^2 = 0, \quad \omega^2 - V_{Am}^2 k^2 = 0.$$

Магнитозвуковые моды бессиловой магнитной трубки однонаправленного продольного поля описываются радиальной составляющей вектора смещения $\xi_r(r) = v_r(r)/(-i\omega)$. Дисперсионное соотношение находим из связи со смещением элемента

плазмы $\frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t} = \frac{\partial \omega}{\partial k}$ и построим дисперсионные кривые на рисунке 2:



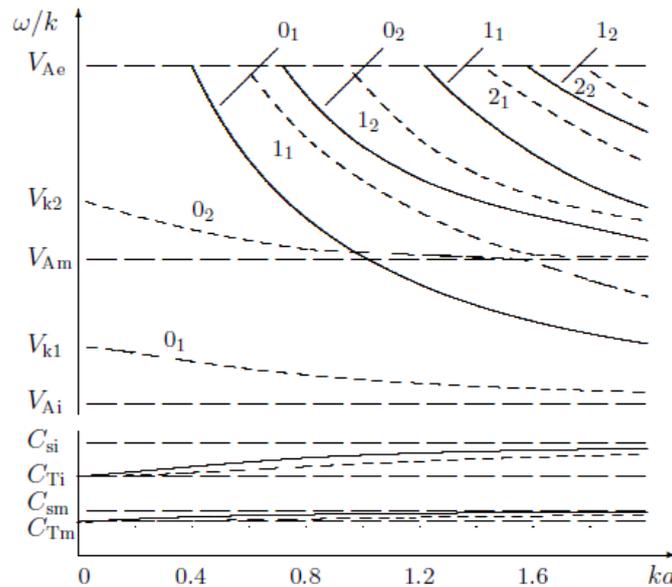


Рисунок 2. Фазовая скорость ω/k в виде функции волнового числа k для магнитоакустических мод двойной магнитной трубки радиуса a с однонаправленным полем, когда $V_{Ai} < V_{Am} < V_{Ae}$, $C_{se} < C_{sm} < C_{si}$. Сплошными линиями обозначены дисперсионные кривые радиальных мод, пунктирными – дисперсионные кривые изгибных мод.

Сравнивая рисунок 2 со спектром магнитоакустических мод однородной магнитной трубки, приходим к выводу, что наличие второй границы удваивает количество дисперсионных кривых.

Вследствие того, что магнитоакустические скорости малы по сравнению с альвеновскими, интервалы фазовых скоростей (C_{Te}, C_{Se}) , (C_{Tm}, C_{Sm}) и (C_{Ti}, C_{Si}) малы и не пересекаются друг с другом. В областях $C_{Tm} < \omega/k < C_{Sm}$ и $C_{Ti} < \omega/k < C_{Si}$ имеются два набора дисперсионных кривых медленных магнитоакустических мод, на которых колебания существуют для всех длин волн. C_T – касповая (или «трубочная») скорость.

$$C_T^2 = \frac{V_A^2 C_S^2}{V_A^2 + C_S^2}.$$

Исследуем радиальную моду ($m = 0$) в предельном случае длинных волн $kb \ll 1$, $ka \ll 1$. Используя разложения функций из граничных условий, имеем

$$(\omega^2 - C_{Tm}^2 k^2)(\omega^2 - C_{Ti}^2 k^2) = 0.$$

Откуда выведем два предельных значения фазовой скорости медленных продольных мод $\omega/k = C_{Tm}$, $\omega/k = C_{Ti}$. Для первого из них следует $e^{i\alpha} = -1$. Это означает, что колебания плазмы в шнуре и в оболочке на соответствующих модах происходят в противофазе. Для второго значения получаем $e^{i\alpha} = 1$, то есть колебания в шнуре и в оболочке происходят синфазно. Во второй волне получаем $k_i^2 > 0$, $k_m^2 < 0$, $k_e^2 < 0$. Это означает, что в шнуре волна имеет характер распространяющейся волны, в двух других областях характер нераспространяющейся (эванесцентной) волны. Эти волны стоячие (нераспространяющиеся), а не бегущие. Иначе говоря, мы имеем волну локализованную (захваченную) в шнуре. В первой волне $k_i^2 < 0$, $k_m^2 > 0$, $k_e^2 < 0$ мы имеем волну, захваченную в оболочке.

Из уравнений равновесия в корональных условиях следует, что эффект проникновения («просачивания») колебаний в окружающую среду возможен в случае, когда плотность плазмы в оболочке меньше плотности плазмы в окружающей среде ($\rho_m < \rho_e$), то есть оболочка является разреженной. В трубке без оболочки волна была бы захвачена в трубке, однако наличие разреженной оболочки позволяет ей «просачиваться» в окружающую



среду. На фундаментальной изгибной моде для трубки с длиной $L = 130$ Мм получаем волновое число $k = \pi/L \approx 0.024$. Для значений радиуса трубки $a = 4$ Мм, $a = 5$ Мм и $a = 6$ Мм в предельном случае длинных волн получаем значения фазовой скорости 800 км/с, 787 км/с и 780 км/с, с помощью которых находим соответствующие значения периода колебаний $P \approx 325$ с, 330 с и 333 с, характерные для наблюдаемых изгибных колебаний корональных петель. Добротность колебаний $Q = \omega_0 / 2(-\text{Im } \omega)$ принимает значения 2905, 1924 и 1412, свидетельствующие о том, что затухание является слабым. Наблюдаемое быстрое затухание длиннопериодических изгибных колебаний корональных петель не может происходить из-за их «просачивания» в корону.

Мы делаем вывод, что короткопериодические (с периодом порядка 10 с) изгибные возмущения, возбуждаемые у оснований корональных петель конвективными движениями, способны эффективно переносить энергию в корону.

Список литературы:

1. Михалыев Б.Б., Рудерман М.С. Колебания и волны в солнечной короне. Элиста.: Изд-во Калм.ун-та, 2012. 184 с.
2. Bembitov D. B., Derteev S. B., Shividov N. K., Mikhalyaev V. B. Acoustic Waves in a Rarefied High-Temperature Plasma // *Physics of Atomic Nuclei*. 2024. Volume 86. P. 2217–2223. <https://doi.org/10.1134/S1063778823100071>
3. Derteev S. B., Sapraliev M. E., Bembitov D. B., Mikhalyaev V. B. Propagation of Acoustic Waves in Coronal Plasma // *Geomagnetism and Aeronomy*. 2024. Volume 63. P. 1313–1317. <http://dx.doi.org/10.1134/S0016793223080078>
4. Прист Э.Р. Солнечная магнитогидродинамика: Пер. с англ. М.: Мир, 1985. 592 с.

