



Как известно, расход круговой струи равен  $8\pi\mu x$ , тогда для входного сечения 0-0 можно записать

$$8\pi\mu z_0 = \rho U_0 \pi r_0^2, \quad (1)$$

где  $Z_0$  – расстояние от истока струи до сечения 0-0;

$U_0$  – среднерасходная скорость в сечении 0-0;

$r_0$  – радиус входной трубы.

На основании зависимости (1) и геометрии каверны, находим выражение для границ струи

$$r = 8zv/U_0 r_0. \quad (2)$$

Используя профиль Пуазейля в трубе, запишем выражение для импульса в сечении 0-0

$$J_0 = 2\pi\rho \int_0^{r_0} u^2 r dr = \frac{4}{3}\pi\rho U_0^2 r_0^2. \quad (3)$$

На основании известных зависимостей для распределения скоростей в ламинарной затопленной круглой струе [1], вычислим среднюю скорость струи, падающей на заднюю по течению стенку камеры (сечение 1-1)  $U_1$

$$U_1 = \frac{2\pi \int_{r_0}^{r_1} u r dr}{\pi(r_1^2 - r_0^2)} = \frac{1,58U_0^2 r_0^2 v z_1}{(15,9v^2 z_1^2 + U_0^2 r_0^4)}, \quad (4)$$

где  $r_1$  – граница струи в сечении 1-1;  $z_1$  – расстояние от источника струи до сечения 1-1.

Найдем интегральный поток массы к задней стенке каверны, используя известную задачу о растекании струи жидкости по диску [2].

$$Q_1 = 2\pi \int_{r_0}^{l_1+r_0} q r d(r-r_0) = 2,36\pi Dc_0 \text{Pr}^{1/3} \sqrt{\frac{U_1}{v}} \left( \frac{l_1^{3/2}}{3} + r_0 l_1^{1/2} \right) = K_1 \pi Dc_0 \text{Pr}^{1/3} \sqrt{\frac{U_1}{v}}. \quad (5)$$

Здесь  $l_1$  – длина задней стенки каверны;  $q$  – поток массы к задней стенке каверны.

Перейдем к рассмотрению следующего участка растекания струи после ее удара о заднюю стенку каверны (дно каверны). На участке от  $x_1$  до  $x_2$  (рисунок1) интегральный массовый поток можно найти по следующей зависимости

$$Q_2 = 2\pi(r_0 + l_1) \int_{x_1}^{x_2} 0,332 Dc_0 \text{Pr}^{1/3} \sqrt{\frac{U_1}{vx}} dx = 1,33\pi(r_0 + l_1) Dc_0 \text{Pr}^{1/3} \sqrt{\frac{U_1}{v}} (\sqrt{x_2} - \sqrt{x_1}) = K_2 \pi Dc_0 \text{Pr}^{1/3} \sqrt{\frac{U_1}{v}}. \quad (6)$$

При расчете третьего участка (передней стенки каверны) учтем, что при числах Прандтля значительно больших единицы толщина гидродинамического пограничного слоя существенно толще диффузионного, поэтому в пределах последнего можно считать справедливым линейный профиль скорости, рассчитываемый по касательному напряжению на стенке

$$u = \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} y = -0,288 \frac{U_1^2 y}{vr} \sqrt{\frac{vr}{U_1}}. \quad (7)$$

Тогда из уравнения неразрывности

$$\frac{\partial(ur)}{\partial r} + \frac{\partial(Vr)}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

получим выражение для поперечной составляющей скорости

$$V = 0,0715 \frac{U_1^2 z^2}{vr^2} \sqrt{\frac{vr}{U_1}}. \quad (9)$$

Расчетную зависимость, характеризующую процесс массообмена на передней стенке каверны, можно получить из известного уравнения диффузии



$$u \frac{\partial c}{\partial r} + V \frac{\partial c}{\partial y} = D \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}, \quad (10)$$

которое с учетом (7) и (9) приобретает вид

$$\frac{\partial^2 c}{\partial y^2} - \frac{0,0715U_1^2 y^2}{Dvr^2} \sqrt{\frac{vr}{U_1}} \frac{\partial c}{\partial y} = -0,286 \frac{U_1^2 y}{Dvr} \sqrt{\frac{vr}{U_1}} \frac{\partial c}{\partial r}. \quad (11)$$

Для решения полученного дифференциального уравнения введем новую переменную

$$\eta = 0,86 \frac{y}{D^{1/3}} \sqrt{\frac{U_1}{v^{1/3} r}}. \quad (12)$$

Тогда уравнение (11) сводится к легко интегрируемому виду

$$\frac{\partial^2 c}{\partial \eta^2} + \frac{\eta^2}{3} \frac{\partial c}{\partial \eta} = 0 \quad (13)$$

с граничными условиями:  $c = 0$  при  $\eta = 0$  и  $c = c_0$  при  $\eta = \infty$ .

Интегрирование уравнения (13) дает следующее решение

$$c = c_0 \frac{\int_0^\eta \exp\left(-\frac{1}{9} \eta^3\right) d\eta}{\int_0^\infty \exp\left(-\frac{1}{9} \eta^3\right) d\eta}. \quad (14)$$

Согласно полученной зависимости, вычислим величину диффузионного потока на передней стенке каверны

$$q_3 = 0,46c_0 D^{2/3} \sqrt{\frac{U_1}{v^{1/3} r}}. \quad (15)$$

Вычислим интегральный поток массы к передней стенке каверны на участке от  $r_0$  до  $r = r_0 + l_1$  (рисунки 1)

$$Q_3 = 2\pi \int_{r_0}^{r_0+l_1} q_3 r dr = 0,96\pi c_0 D \text{Pr}^{1/3} \sqrt{\frac{U_1}{v}} \left\{ \frac{2}{3} \left( r_{2-3}^{3/2} - (r_{2-3} - l_1)^{3/2} \right) - 2(r_{2-3} - r_0 - l_1) \left( \sqrt{r_{2-3}} - \sqrt{r_{2-3} - l_{01}} \right) \right\} = K_3 \pi D \text{Pr}^{1/3} \sqrt{\frac{U_1}{v}}. \quad (16)$$

В полученной зависимости  $r_{2-3}$  - расстояние от оси каверны, на котором толщина пограничного слоя составит [3]

$$\delta = 5 \sqrt{\frac{v}{U_1}} (0,2l_1 + l_2)$$

Полный диффузионный поток к стенкам каверны при ламинарном режиме течения получим, суммируя выражения (5), (6) и (16)

$$Q = \pi D c_0 \text{Pr}^{1/3} \sqrt{\frac{U_1}{v}} (K_1 + K_2 + K_3). \quad (17)$$

Представим выражение (17) в безразмерном виде. Для этого введем следующие обозначения:  $d$  - диаметр подходного канала;  $S_k$  - площадь внутренней поверхности каверны;  $\text{Re} = \frac{U_1 d}{\nu}$  - число Рейнольдса, где скорость  $U_1$  определяется по выражению (4).

$$\text{Nu} = \frac{\pi d^{1/2}}{S_k} (K_1 + K_2 + K_3) \text{Pr}^{1/3} \text{Re}^{1/2}. \quad (18)$$



Полученные результаты расчетов подтверждаются ранее выполненными экспериментальными исследованиями [4].

Обобщение полученных результатов было проведено по аналогии с обработкой данных по массоотдаче от элементов грунтовой пористой среды. Представление результатов расчетов в безразмерном виде (18) позволило устранить расслоение данных по массообмену для каверн с различным соотношением внутреннего диаметра и диаметра входа. Полученная зависимость (18) позволяет прогнозировать процессы массопереноса в пористых зернистых средах. Кроме того, проведенное исследование показало, что форма осесимметричной каверны мало влияет на интенсивность массообмена в ламинарном режиме течения.

#### **Список литературы:**

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Учебник для вузов /Л.Г. Лойцянский – М.:Дрофа, 2003.-840 с.
2. Накоряков В.Е. Течение тонких пленок жидкости / В.Е. Накоряков, Б.Г. Покусаев, Е.Н.Троян, С.В. Алексеенко // Волновые процессы в двухфазных средах – Новосибирск, 1975.-С.129-205
3. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг – М.: Наука, 1974.-711 с.
4. Дегтярева В.В. Экспериментальное исследование течения в пористых средах /В.В. Дегтярева //Труды НИИВТ. Вып.157 – Новосибирск, 1982.-С 15-18

