

Васенин Валерий Иванович, к.т.н., доцент,  
Васенин Артем Денисович, студент,  
Васенин Владислав Денисович, студент,  
Васенин Денис Валерьевич, инженер  
Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет, Пермь

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАПОЛНЕНИЯ ЛИТЕЙНОЙ ФОРМЫ ЖИДКОСТЬЮ  
ЧЕРЕЗ КОЛЬЦЕВУЮ ЛИТНИКОВУЮ СИСТЕМУ  
INVESTIGATION OF MOULD FILLING  
WITH FLUID THROUGH THE RING GATING SYSTEM**

**Аннотация:** Теоретически и экспериментально исследована кольцевая литниковая система с определением скоростей и расходов в каждом питателе и времени заполнения формы жидкостью. При расчёте таких систем с изменяющимся расходом жидкости использовали уравнение Бернулли, хотя оно выведено теоретически и проверено практически для потока жидкости с постоянным расходом, то есть для литниковой системы с одним питателем. Учитывается деление и слияние потоков жидкости, что в уравнении Бернулли даже не предполагается. В расчетах используются, кроме 2-х обычных гидравлических потерь – на трение по длине и в местных сопротивлениях, – потери на изменение напора, т.е. на деление и слияние потоков, на ответвление части потока из коллектора в питатель и на проход из одного сечения коллектора в другое при ответвлении части потока в питатель. Методика расчета учитывает количество работающих питателей, замкнутость или разомкнутость литниковой системы, заполнение формы при сливе жидкости из питателей сверху вниз или под затопленный уровень. Введено понятие “приведенная площадь питателей”: принято, что математически все питатели имеют разные площади поперечных сечений, а скорости жидкости в них одинаковые. Физически же, конечно, все питатели имеют одинаковые площади поперечных сечений, а скорости жидкости в них разные. Приведенная площадь питателей, расчетный напор, уравнение Бернулли для потока с переменным расходом, метод последовательных приближений при определении отношений скоростей в питателях – вот на чем основывается расчет литниковой системы.

**Abstract:** The ring gating system has been studied theoretically and experimentally with determination of velocities and flow rates in each feeder and time of mold filling with liquid. The Bernoulli equation was used to calculate such systems with varying fluid flow rates, although it was derived theoretically and tested practically for fluid flow with a constant flow rate, i.e. for a gating system with one feeder. The division and fusion of fluid flows are taken into account, which is not even assumed in the Bernoulli equation. In addition to the two normal hydraulic losses – friction along the length and in local resistances – the losses on the change in head i.e. on the division and merging of flows, on the branching of part of the flow from the manifold to the feeder and on the passage from one section of the manifold to another when branching part of the flow to the feeder are used in the calculations. In the calculation methodology it has been taken into account the number of feeders in operation, whether the feeder system is closed or open, and whether the mold is filled when the liquid is discharged from the feeders from the top down or under the flooded



level. The use of the concept "reduced area of the feeders" suggests that mathematically all feeders have different cross-sectional areas but velocities of the fluid in them are the same. Physically, of course, all feeders have the same cross-sectional area, but their fluid velocities are different. The given area of the feeders, the calculated head, Bernoulli's equation for a flow with variable flow rate, the method of successive approximations in determining the ratio of velocities in the feeders - these are the basis of the calculation of the gating system.

**Ключевые слова:** литниковая чаша, стояк, коллектор, питатель, деление потока, слияние потоков, коэффициент сопротивления, коэффициент расхода, приведенная площадь питателей, скорость потока, расход жидкости.

**Keywords:** gating bowl, riser, collector, feeder, flow division, flow merging, resistance coefficient, flow coefficient, reduced area of feeders, flow velocity, fluid flow rate.

### **Введение**

В статье [1] была впервые рассчитана L-образная литниковая система (ЛС) с определением коэффициента сопротивления и коэффициента расхода каждого питателя, скорости жидкости в каждом питателе и расхода во всей системе. Затем были теоретически и экспериментально исследованы разветвленная [2], крестовинная [3], ярусная [4, 5], одно- и двухкольцевая [6–8], P-образная [9], L-образная система с коллектором переменного сечения [10], система с двумя стояками одинаковой и разной высоты [11, 12]. Исследована вертикальная двухкольцевая ЛС [13], а также совместная работа кольцевой системы с ярусной [14] или разветвленной [15] системами. В расчетах многопитательных ЛС использовалось уравнение Бернулли, хотя оно выведено для потока с постоянным расходом (массой) [16, с. 10; 17, с. 205], то есть для ЛС с одним питателем. Следовательно, УБ работает и в потоке с переменным расходом, хотя непонятно, почему оно работает. И возможность использования УБ при расчетах ЛС с изменяющимся от максимального до нуля расходом в коллекторе (шлакоуловителе) теоретически не доказана. Представляется целесообразным исследовать такую сложную ЛС как кольцевая при сливе жидкости сверху вниз из питателей в форму и при заполнении формы под затопленный уровень.

### **Методика исследований**

Кольцевая ЛС показана на рисунках 1 и 2. На рисунке 1 показано, как работает система при сливе сверху вниз в форму, на рисунке 2 – заполнение формы под затопленный уровень. Система состоит из литниковой чаши, стояка, горизонтального канала, вертикального канала, коллектора и 5-ти одинаковых питателей I–V. Внутренний диаметр чаши равен 272 мм, высота воды в чаше – 103,5 мм. Уровень жидкости  $H$  – расстояние по вертикали от сечения I–I в чаше до продольной оси горизонтального канала (плоскости сравнения 0–0) – поддерживался постоянным путем непрерывного доливания воды в чашу и слива ее излишек через специальную щель в чаше:  $H = 0,8395$  м. Размеры формы в горизонтальном сечении – 16,69x26,42 см.



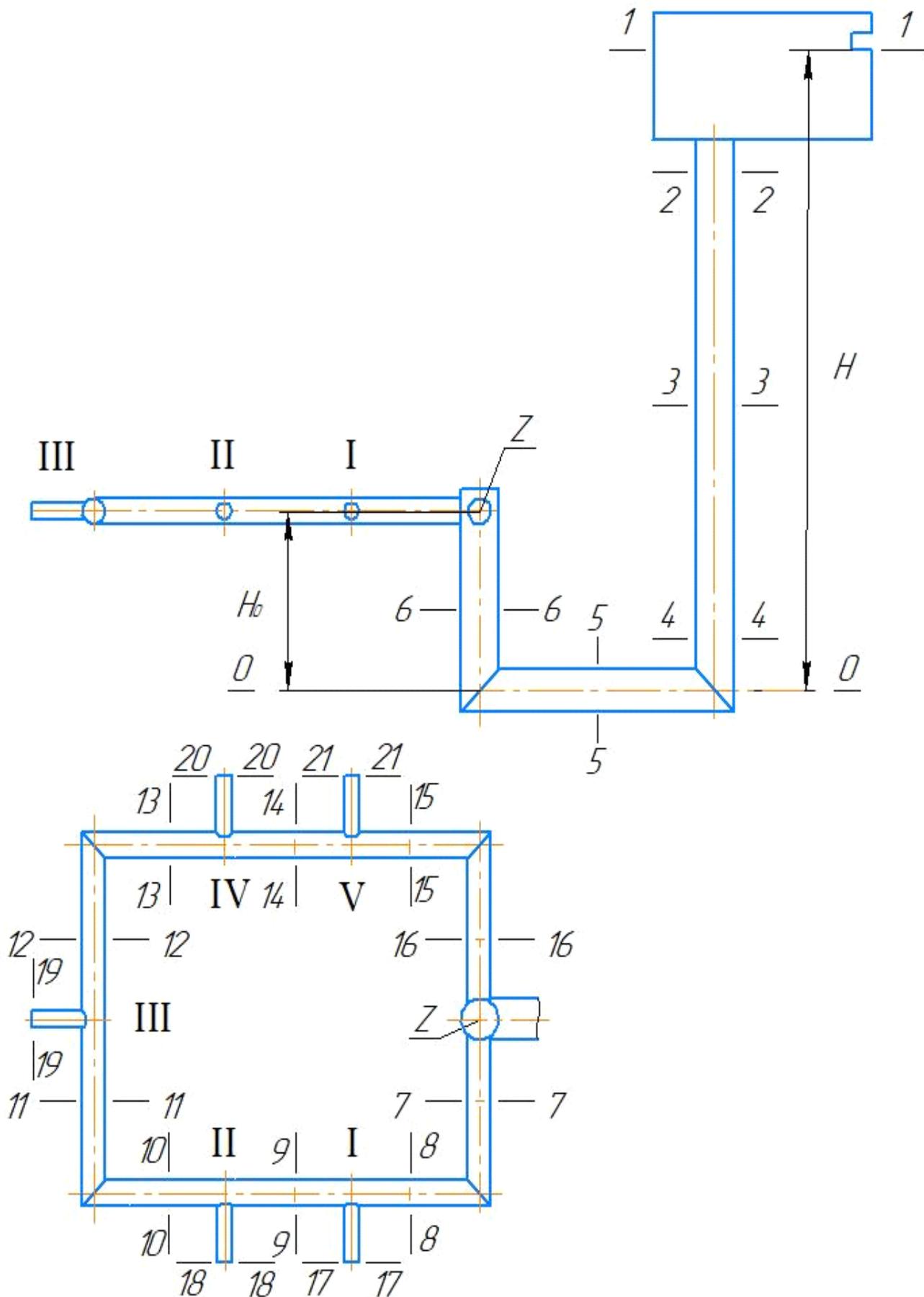


Рис. 1. Литниковая система для заполнения формы жидкостью сверху вниз из питателей



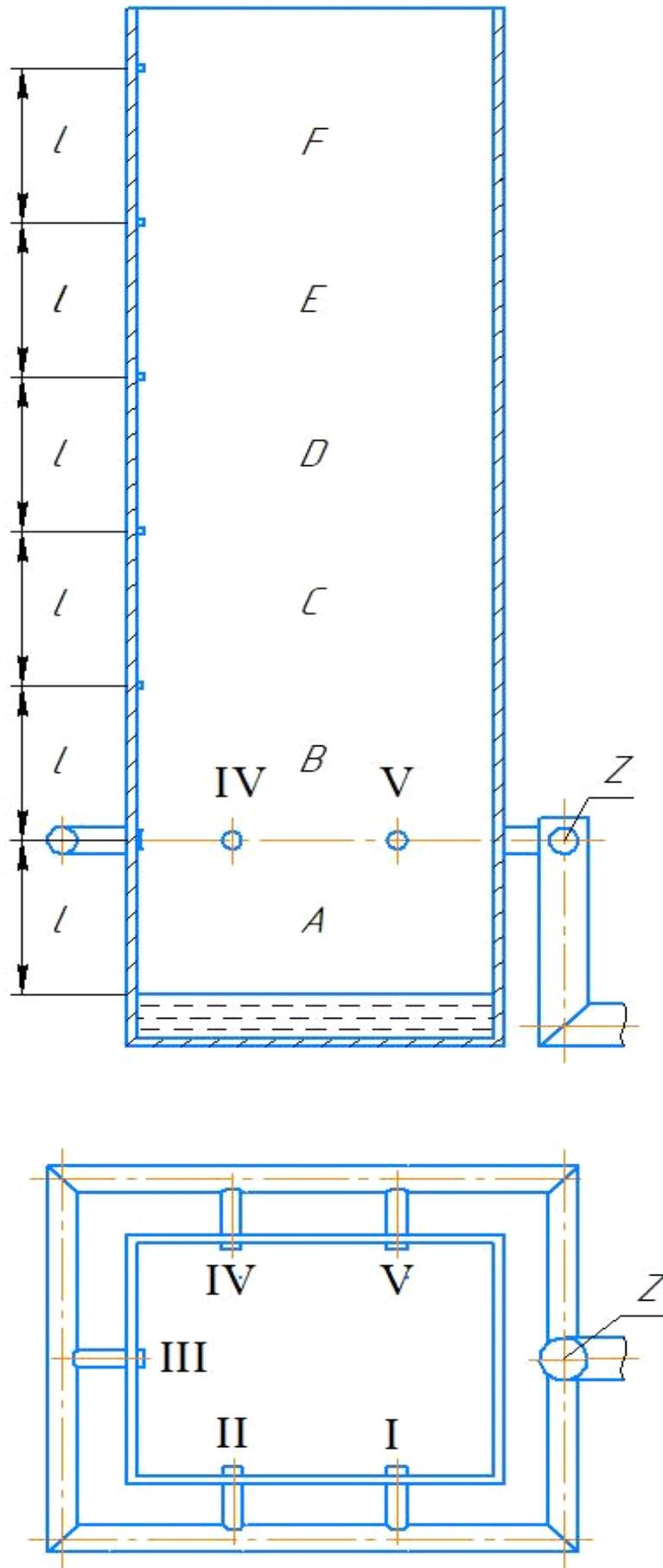


Рис. 2. Литниковая система для заполнения формы жидкостью под затопленный уровень



## Основная часть

Сначала произведем расчет истечения жидкости только из одного питателя I сверху в форму, не под затопленный уровень, а гидравлическая система разомкнута в сечении 16–16. Составим УБ для сечений 1–1 и 17–17 ЛС:

$$H = H_0 + \alpha \frac{v_{17}^2}{2g} + h_{1-17}, \quad (1)$$

где  $H_0$  – расстояние по вертикали от плоскости сравнения 0–0 до горизонтальной оси питателя I, м;  $H_0 = 0,124$  м;  $\alpha$  – коэффициент неравномерности распределения скорости по сечению потока (коэффициент Кориолиса); принимаем  $\alpha = 1,1$  [17, с. 108];  $v_{17}$  – скорость металла в сечении 17–17 питателя I, м/с;  $g$  – ускорение свободного падения;  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>;  $h_{1-17}$  – потери напора при движении жидкости от сечения 1–1 до сечения 17–17, м.

Коэффициент сопротивления системы от сечения 1–1 до сечения 17–17, приведенный к скорости жидкости в сечении 17–17,

$$\zeta_{1-17(17)} = \left( \zeta_{cm} + \lambda \frac{l_Z}{d_{cm}} + \zeta_{4-5} + \zeta_{5-6} \right) \left( \frac{S_n}{S_{cm}} \right)^2 + \left( \zeta_{\kappa} + \lambda \frac{l_{Z-1}}{d_{\kappa}} + \zeta_{7-8} \right) \left( \frac{S_n}{S_{\kappa}} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n}, \quad (2)$$

где  $\zeta_{cm}$ ,  $\zeta_{4-5}$ ,  $\zeta_{5-6}$ ,  $\zeta_{\kappa}$ ,  $\zeta_{7-8}$ ,  $\zeta_n$  – коэффициенты местных сопротивлений входа металла из чаши в стояк, поворота из сечения 4–4 стояка в сечение 5–5 горизонтального канала, поворота из сечения 5–5 горизонтального канала в сечение 6–6 вертикального канала, поворота из сечения 6–6 вертикального канала в сечение 7–7 коллектора, поворота из сечения 7–7 в сечение 8–8, поворота из сечения 8–8 коллектора в сечение 17–17 питателя I;  $\lambda$  – коэффициент потерь на трение;  $l_Z$  – расстояние от низа литниковой чаши до точки Z, м;  $l_Z = 1,0125$  м;  $l_{Z-1}$  – расстояние от точки Z до продольной оси питателя I, м;  $l_{Z-1} = 0,246$  м;  $d_{cm}$ ,  $d_{\kappa}$ ,  $d_n$  – гидравлические диаметры стояка, горизонтального и вертикального каналов, коллектора, питателя I, м;  $d = d_{cm} = d_5 = d_6 = 0,02408$  м,  $d_{\kappa} = 0,01603$  м,  $d_n = 0,00903$  м;  $S_{cm}$ ,  $S_{\kappa}$ ,  $S_n$  – площади сечений стояка, горизонтального и вертикального каналов, коллектора, питателя, м<sup>2</sup>;  $S = S_{cm} = S_5 = S_6$ ;  $l_n$  – длина питателя, м;  $l_n = 0,0495$  м.

Расстояние  $l_Z = l_{cm} + l_{\kappa} + l_{\text{вк}}$ , где  $l_{cm}$  – длина (высота) стояка, м;  $l_{cm} = 0,7485$  м;  $l_{\kappa}$  – длина горизонтального канала, м;  $l_{\kappa} = 0,139$  м;  $l_{\text{вк}}$  – длина вертикального канала, м;  $l_{\text{вк}} = 0,125$  м.

Коэффициент расхода системы от сечения 1–1 до сечения 17–17, приведенный к скорости  $v_{17}$ ,

$$\mu_{1-17(17)} = \left( 1 + \zeta_{1-17(17)} \right)^{-1/2}. \quad (3)$$

Скорость

$$v_{17} = \mu_{1-17(17)} \sqrt{2g(H - H_0) / \alpha}. \quad (4)$$

Расход в системе  $Q = Q_{17} = v_{cm} S = v_5 S = v_6 S = v_7 S_{\kappa} = v_8 S_{\kappa} = v_{17} S_n$ . Принимаем, как и в работах [18, 19], что коэффициент потерь на трение  $\lambda = 0,03$ . Коэффициент местного сопротивления входа из чаши в стояк в зависимости от радиуса скругления входной кромки определяем по справочнику [20, с. 126]:  $\zeta_{cm} = 0,12$ . Коэффициенты местных сопротивлений [21]:  $\zeta = \zeta_{4-5} = \zeta_{5-6} = \zeta_{7-8} = 0,885$ ,  $\zeta_{\kappa} = 0,396$ ,  $\zeta_n = 0,334$ .

При расчете работы остальных питателей в формуле (2) нужно заменить  $l_{Z-1}$  на  $l_{Z-II}$ ,  $l_{Z-III}$ ,  $l_{Z-IV}$  и  $l_{Z-V}$  соответственно для питателей II, III, IV и V. Также в формуле (2) вместо  $\zeta_{7-8}$  для питателя III должно быть  $2\zeta$ , для питателей IV и V –  $3\zeta$ .  $l_{Z-II} = 0,365$  м,



$l_{z-III} = 0,620$  м,  $l_{z-IV} = 0,875$  м,  $l_{z-V} = 0,994$  м. Результаты расчетов и экспериментов (в знаменателе) приведены в таблице 1.  $\Delta Q = \frac{Q - Q_{эксп}}{Q_{эксп}} \cdot 100, \%$ .

Таблица 1

Характеристики ЛС при работе одного питателя					
Питатель	$\zeta$	$\mu$	$v$ , м/с	$Q$ , см <sup>3</sup> /с	$\Delta Q$ , %
I*	0,736	0,759	$\frac{2,711}{2,64}$	$\frac{173,63}{169,07}$	2,7
I	0,565	0,799	$\frac{2,856}{2,83}$	$\frac{182,87}{181,24}$	0,9
II*	0,759	0,754	$\frac{2,694}{2,64}$	$\frac{172,52}{169,07}$	2,0
II	0,568	0,799	$\frac{2,853}{2,81}$	$\frac{182,70}{179,96}$	1,5
III*	0,896	0,726	$\frac{2,595}{2,56}$	$\frac{166,16}{163,95}$	1,3
III	0,576	0,797	$\frac{2,846}{2,78}$	$\frac{182,24}{178,04}$	2,4
IV*	1,033	0,701	$\frac{2,506}{2,44}$	$\frac{160,46}{156,26}$	2,7
IV	0,568	0,799	$\frac{2,853}{2,79}$	$\frac{182,70}{178,68}$	2,2
V*	1,055	0,698	$\frac{2,492}{2,42}$	$\frac{159,58}{154,98}$	3,0
V	0,565	0,799	$\frac{2,856}{2,80}$	$\frac{182,87}{179,32}$	2,0

\*) Гидравлическая система разомкнута в сечении 16–16

Когда питатель I находится в кольце, то потери напора в коллекторе с сечениями 7–7 и 8–8 должны быть равны потерям напора в коллекторе с сечениями 16–16, 15–15, 14–14, 13–13, 12–12, 11–11, 10–10 и 9–9, так как это параллельные трубопроводы. УБ для сечений 6–6 и 17–17 (по пути через сечения 7–7 и 8–8):

$$\frac{p_6}{\gamma} + \alpha \frac{v_6^2}{2g} = \left( \zeta_{6-7(7)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{z-1}}{d_k} + \zeta \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} + \left( \zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{17}^2}{2g} + \frac{p_{17}}{\gamma}. \quad (5)$$

УБ для сечений 6–6 и 17–17 (через сечения 16–16, ..., 9–9):

$$\frac{p_6}{\gamma} + \alpha \frac{v_6^2}{2g} = \left( \zeta_{6-16(16)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{z-1(16-9)}}{d_k} + 3\zeta \right) \alpha \frac{v_{16}^2}{2g} + \left( \zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{17}^2}{2g} + \frac{p_{17}}{\gamma}. \quad (6)$$

Здесь  $p_6$  и  $p_{17}$  – давления в сечениях 6–6 и 17–17, Н/м<sup>2</sup>; давление  $p_{17}$  равно атмосферному давлению  $p_a$ ;  $\gamma$  – удельный вес жидкого металла, Н/м<sup>3</sup>;  $\zeta_{6-7(7)}^{\partial}$  – коэффициент сопротивления на деление потока в сечении 6–6 между сечениями 7–7 и 16–16, отнесенный к скорости  $v_7$ ;  $\zeta_{6-16(16)}^{\partial}$  – коэффициент сопротивления на деление потока в



сечении 6–6 между сечениями 7–7 и 16–16, отнесенный к скорости  $v_{16}$ ;  $\zeta_{nc}$  – коэффициент местного сопротивления поворотов из сечений 8–8 и 9–9 коллектора в сечение 17–17 питателя I (при подводе жидкости к питателю с двух сторон);  $\zeta_{nc} = 0,218$  [22];  $l_{Z-(16-9)}$  – расстояние от точки Z до питателя I по пути через сечения 16–16, ..., 9–9, м;  $l_{Z-(16-9)} = 0,994$  м.

Левые части выражений (5) и (6) равны. Приравниваем их правые части и после преобразований получаем:

$$y = \frac{v_7}{v_{16}} = \sqrt{\frac{\zeta_{6-16(16)}^{\circ} + 6,800800}{\zeta_{6-7(7)}^{\circ} + 3,630925}}. \quad (7)$$

Коэффициент  $\zeta_{6-7(7)}^{\circ}$  и  $\zeta_{6-16(16)}^{\circ}$  подсчитываем по следующему соотношению из справочника [20, с. 379]:

$$\zeta^{\circ} = \frac{1 + 1,5(v_{om\partial}/v)^2}{(v_{om\partial}/v)^2}, \quad (8)$$

где  $v$  – скорость жидкости до деления потока, м/с;  $v_{om\partial}$  – скорость жидкости в одном из каналов после деления потока, м/с.

$$\text{Расход в сечении 6–6 } v_6 S = (v_7 + v_{16}) S_k = (y v_{16} + v_{16}) S_k = (y + 1) v_{16} S_k, \text{ а } \frac{v_{16}}{v_6} = \frac{S}{(y + 1) S_k}.$$

$$\text{Аналогично: } v_6 S = (v_7 + v_{16}) S_k = (v_7 + v_7 / y) S_k = (1 + 1 / y) v_6 S_k, \frac{v_7}{v_6} = \frac{S}{(1 / y + 1) S_k}.$$

$v_7 / v_6$  и  $v_{16} / v_6$  – это и есть  $v_{om\partial} / v$  в зависимости (8). Для начала расчеты принимаем  $y = 1$ . В этом случае по (8) определяем:  $\zeta_{6-7(7)}^{\circ} = \zeta_{6-16(16)}^{\circ} = 2,285538$ . Подставляем найденные значения  $\zeta_{6-7(7)}^{\circ}$  и  $\zeta_{6-16(16)}^{\circ}$  в (7) и получаем:  $y = 1,368584$ . А мы задавались  $y = 1$ . Делаем следующее приближение –  $y = 1,368584$ , повторяем расчёт и имеем:  $y = 1,439705$ . После ряда приближений при заданном  $y = 1,453974$  получаем по расчёту  $y = 1,45397394$ . Расчёт этого отношения можно закончить, так как разница между заданным и рассчитанным значениями  $y$  составляет всего 0,00000006. Принимаем  $y = 1,453974$ . При этом  $v_7 / v_6 = 1,337004$ ,  $\zeta_{6-7(7)}^{\circ} = 2,059416$ ,  $v_{16} / v_6 = 0,919551$ ,  $\zeta_{6-16(16)}^{\circ} = 2,682628$ ,  $v_{16} = 0,687770 v_7$ .

$v_{cm} = v_5 = v_6 = v_{17} S_n / S$ ,  $v_7 = v_{17} S_n / (1 + 1 / y) S_k$ ,  $v_{16} = v_{17} S_n / (1 + y) S_k$ . Коэффициент сопротивления ЛС от сечения 1–1 до сечения 17–17, приведённый к скорости  $v_{17}$  в питателе I,

$$\zeta_{1-17(17)} = \left( \zeta_{cm} + \lambda \frac{l_Z}{d} + 2\zeta \right) \left( \frac{S_n}{S} \right)^2 + \left( \zeta_{6-7(7)}^{\circ} + \lambda \frac{l_{Z-1}}{d_k} + \zeta \right) \left( \frac{S_n}{(1 + 1 / y) S_k} \right)^2 + \zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n}.$$

Подставив известные величины, имеем:  $\zeta_{1-17(17)} = 0,565$ ,  $\mu_{1-17(17)} = 0,799$ ,  $v_{17} = 2,856$  м/с.

Как видно, замыкание кольца жидкости вокруг питателя I уменьшило коэффициент сопротивления  $\zeta_{1-17(17)}$  с 0,736 до 0,659, а коэффициент расхода увеличился с 0,759 до 0,799. Появление параллельного коллектора привело к падению скоростей жидкости в каждой из линий, к снижению потерь на трение и в местных сопротивлениях, что и вызвало уменьшение  $\zeta_{1-17(17)}$ , рост  $\mu_{1-17(17)}$ ,  $v_{17}$  и  $Q_{17}$  по сравнению со случаем, когда питатель I работал при разрыве кольца жидкости в сечении 16–16.

Работу питателя II рассчитываем аналогично. У питателя V такие же характеристики, как у питателя I, у питателя IV – как у питателя II. Когда питатель III находится в кольце жидкости, то  $v_{cm} = v_5 = v_6 = v_{19} S_n / S$ ,  $v_7 = v_{16} = v_{19} S_n / 2 S_k$ , а выражение (2) преобразуется к следующему виду:



$$\zeta_{1-19(19)} = \left( \zeta_{cm} + \lambda \frac{l_Z}{d} + 2\zeta \right) \left( \frac{S_n}{S} \right)^2 + \left( \zeta_{6-7(7)}^\delta + \lambda \frac{l_{Z-III}}{d_\kappa} + 2\zeta \right) \left( \frac{S_n}{2S_\kappa} \right)^2 + \zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n}. \quad (9)$$

Результаты – в таблице 1.

Рассчитаем совместную работу питателей I и II. Составим УБ для сечений I–I и 17–17:

$$H = H_0 + \left( \zeta_{cm} + \lambda \frac{l_Z}{d} + 2\zeta \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left( \zeta_{6-7(7)}^\delta + \lambda \frac{l_{Z-I}}{d_\kappa} + \zeta \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} + \left( \zeta_{17} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{17}^2}{2g}, \quad (10)$$

для сечений I–I и 18–18:

$$H = H_0 + \left( \zeta_{cm} + \lambda \frac{l_Z}{d} + 2\zeta \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left( \zeta_{6-7(7)}^\delta + \lambda \frac{l_{Z-I}}{d_\kappa} + \zeta \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} + \left( \zeta_9 + \lambda \frac{l}{d_\kappa} \right) \alpha \frac{v_9^2}{2g} + \left( \zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{18}^2}{2g}, \quad (11)$$

для сечений I–I и 18–18 (по пути через сечения 16–16, 15–15, 14–14, 13–13, 12–12, 11–11 и 10–10:

$$H = H_0 + \left( \zeta_{cm} + \lambda \frac{l_Z}{d} + 2\zeta \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left( \zeta_{6-16(16)}^\delta + \lambda \frac{l_{Z-II(16-10)}}{d_\kappa} + 3\zeta \right) \alpha \frac{v_{16}^2}{2g} + \left( \zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{18}^2}{2g}, \quad (12)$$

где  $l$  – расстояние между питателями I и II, м;  $l = 0,119$  м;  $l_{Z-II(16-10)}$  – расстояние от точки Z до питателя II по пути через сечения 16–16, ..., 10–10, м;  $l_{Z-I(16-9)} = 0,875$  м;  $v_8$  – скорость металла в сечении 8–8, м/с. В выражениях (10) и (11)  $\zeta_{17}$  – коэффициент сопротивления на ответвление части потока из сечения 8–8 коллектора в питатель I с выходным сечением 17–17;  $\zeta_9$  – коэффициент сопротивления на проход жидкости из сечения 8–8 в сечение 9–9 при ответвлении части потока из коллектора в питатель I. Коэффициенты сопротивлений, обусловленных отделением части потока из коллектора, будем подсчитывать по формулам для тройников [16, с. 112–115]. Коэффициент сопротивления на проход в коллекторе при ответвлении части потока в питатель

$$\zeta_{np} = 0,4 \left( 1 - v_{np} / v_\kappa \right)^2 / \left( v_{np} / v_\kappa \right)^2, \quad (13)$$

а коэффициент сопротивления на ответвление части потока в питатель

$$\zeta_{омв} = \left[ 1 + \tau \left( v_n / v_\kappa \right)^2 \right] / \left( v_n / v_\kappa \right)^2, \quad (14)$$

где  $v_\kappa$  и  $v_{np}$  – скорости металла в коллекторе до и после ответвления части потока в питатель, м/с;  $v_n$  – скорость жидкости в питателе, м/с;  $\tau$  – коэффициент. Для нашего случая при  $S_n / S_\kappa = 0,317$   $\tau = 0,15$  [23]. Коэффициент  $\zeta_{np}$  получается приведенным к скорости проходящего потока  $v_{np}$ , а  $\zeta_{омв}$  – к скорости в питателе  $v_n$ . Как видно, коэффициенты  $\zeta_{np}$  и  $\zeta_{омв}$  зависят от отношений скоростей  $v_{np} / v_\kappa$  и  $v_n / v_\kappa$ , точнее, от  $v_9 / v_8$  и  $v_{17} / v_8$ , которые неизвестны.

Введём следующие обозначения:  $x = v_{17} / v_{18}$ ,  $w = v_9 / v_8$ . Тогда  $v_{17} = xv_{18}$ , а  $v_{18} = v_{17} / x$ . Расход жидкости в системе  $Q = v_{cm} S = (v_{17} + v_{18}) S_n = (v_{17} + v_{17} / x) S_n = v_{17} (1 + 1/x) S_n = v_{17} S_{np(17)}$ , где  $S_{np(17)} = (1 + 1/x) S_n$  – приведенная к скорости  $v_{17}$  площадь питателей (учитывает работу обоих питателей). Аналогично записываем:  $Q = (v_{17} + v_{18}) S_n = v_{18} (x + 1) S_n = v_{18} S_{np(18)}$ , где  $S_{np(18)} = (1 + x) S_n$  – приведенная к скорости  $v_{18}$  площадь питателей.  $Q = Q_{cm} = Q_5 = Q_6$ . И  $v_{cm} = v_5 = v_6 = v_{17} S_{np(17)} / S = v_{18} S_{np(18)} / S$ .

$$v_7 = \frac{v_{17} S_{np(17)}}{(1 + 1/y) S_\kappa}, \quad v_8 = \omega v_7 = \omega \frac{v_{17} S_{np(17)}}{(1 + 1/y) S_\kappa}, \quad v_{16} = \frac{v_{18} S_{np(18)}}{(1 + y) S_\kappa}.$$



Принимаем для начала расчета  $x = 1$ ,  $y = 1$  и  $w = 0,5$ . При этом  $\zeta_9 = 0,4$ ,  $\zeta_{17} = 0,552788$ , см. формулы (13) и (14). Все входящие в формулы (10)–(12) абсолютные величины и отношения для  $v_{cm}$ ,  $v_7$ ,  $v_8$  и  $v_{16}$  известны. Результаты расчетов:  $\zeta_{1-17(17)} = 1,332146$ ,  $\mu_{1-17(17)} = 0,654820$ ,  $v_{17} = 2,453446$  м/с,  $\zeta_{1-18(18)} = 1,013034$ ,  $\mu_{1-18(18)} = 0,704814$ ,  $v_{18} = 2,517865$  м/с,  $\zeta_{1-18(18)}^{(16-10)} = 1,294129$ ,  $\mu_{1-18(18)}^{(16-10)} = 0,660224$ ,  $v_{18}^{(16-10)} = 2,358716$  м/с,  $x = v_{21} / v_{22} = 0,945101$ .

В кольцевой гидравлической системе потери напора  $h_{Z-II}$  от точки Z до питателя II по пути через сечения 7–7, 8–8 и 9–9 должны быть равны потерям напора  $h_{Z-II(16-10)}$  от точки A до питателя II по пути через сечения 16–16, 15–15, 14–14, 13–13, 12–12, 11–11 и 10–10. Эти потери напора можно найти по следующим формулам:

$$h_{Z-II} = \left( \zeta_{6-7(7)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{Z-I}}{d_{\kappa}} + \zeta \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} + \left( \zeta_9 + \lambda \frac{l}{d_{\kappa}} \right) \alpha \frac{v_9^2}{2g}, \quad h_{Z-II(16-10)} = \left( \zeta_{6-16(16)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{Z-II(16-10)}}{d_{\kappa}} + 3\zeta \right) \alpha \frac{v_{16}^2}{2g}.$$

Все величины в этих соотношениях известны. Находим, что  $h_{Z-II} = 0,161452$  м,  $h_{Z-II(16-10)} = 0,193483$  м, разность между ними  $h_{II} = -0,032032$  м.

Потери  $h_{Z-II}$  меньше, чем  $h_{Z-II(16-10)}$ , нужно увеличить скорости жидкости по пути через сечения 7–7, 8–8 и 9–9. Принимаем  $y = v_7 / v_{16} = 1,1$ , а  $x$  и  $w$  оставляем прежними. Повторяем расчет и получаем:  $h_{II} = -0,016118$  м. Изменяя  $x$ ,  $y$  и  $w$ , получаем, что при  $x = 0,997767$ ,  $y = 1,146080$  и  $w = 0,064777$   $h_{II} = -5,5 \cdot 10^{-7}$  м. По-видимому, разность  $h_{II}$  можно привести к любой наперед заданной бесконечно малой величине. Понятно, что разность напоров в  $5,5 \cdot 10^{-7}$  м бессмысленна. Нужно было убедиться в работоспособности предлагаемой методики расчета ЛС. Результаты расчетов и экспериментов (в знаменателе) – в табл. 2.  $\mu_{1-17(17)} = 0,635562$ ,  $\mu_{1-18(18)} = 0,636984$ ,  $\mu_{1-18(18)}^{(16-10)} = 0,636984$ . Как видно, коэффициенты  $\mu_{1-18(18)}$  и  $\mu_{1-18(18)}^{(16-10)}$ , подсчитанные для питателя II для разных потоков жидкости, получились одинаковыми.

Подобным образом подсчитываем работу питателей I и III, I и IV. В случае работы питателей I и V  $v_{17} = v_{21}$ ,  $v_9 = v_{14} = 0$ ,  $v_{cm} = v_5 = v_6 = 2v_{17}S_n / S$ ,  $v_7 = v_{17}S_n / S_{\kappa}$ , расход в системе  $Q = 2v_{17}S_n = 2v_{21}S_n$ . Коэффициент сопротивления ЛС от сечения I–I до сечения 17–17, приведённый к скорости  $v_{17}$  в питателе I,

$$\zeta_{1-17(17)} = \left( \zeta_{cm} + \lambda \frac{l_Z}{d} + 2\zeta \right) \left( \frac{2S_n}{S} \right)^2 + \left( \zeta_{6-7(7)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{Z-I}}{d_{\kappa}} + \zeta \right) \left( \frac{S_n}{S_{\kappa}} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n}.$$

При работе питателей II и IV коэффициент сопротивления ЛС от сечения I–I до сечения 18–18, приведённый к скорости  $v_{18}$  в питателе II,

$$\zeta_{1-18(18)} = \left( \zeta_{cm} + \lambda \frac{l_Z}{d} + 2\zeta \right) \left( \frac{2S_n}{S} \right)^2 + \left( \zeta_{6-7(7)}^{\partial} + \lambda \frac{l_{Z-II}}{d_{\kappa}} + \zeta \right) \left( \frac{S_n}{S_{\kappa}} \right)^2 + \zeta_n + \lambda \frac{l_n}{d_n}.$$

Результаты – в таблице 2.

Таблица 2

Характеристики ЛС при работе нескольких питателей

Пита-тели	$v_{17}$ , м/с	$v_{18}$ , м/с	$v_{19}$ , м/с	$v_{20}$ , м/с	$v_{21}$ , м/с	$Q$ , см <sup>3</sup> /с	$\Delta Q$ , %
I, II*	<u>2,156</u>	<u>2,279</u>				<u>284,01</u>	3,1
	2,10	2,20				275,38	
I, II	<u>2,469</u>	<u>2,492</u>				<u>317,73</u>	4,4
	2,35	2,40				304,20	



I, III*	$\frac{2,166}{2,08}$		$\frac{2,250}{2,14}$			$\frac{282,77}{270,26}$	4,6
I, III	$\frac{2,466}{2,38}$		$\frac{2,474}{2,40}$			$\frac{316,37}{306,12}$	3,4
I, IV*	$\frac{2,176}{2,11}$			$\frac{2,221}{2,08}$		$\frac{281,57}{268,34}$	4,9
I, IV	$\frac{2,509}{2,40}$			$\frac{2,512}{2,42}$		$\frac{321,55}{308,68}$	4,2
I, V*	$\frac{2,180}{2,11}$				$\frac{2,208}{2,09}$	$\frac{281,02}{268,98}$	4,5
I, V	$\frac{2,457}{2,45}$				$\frac{2,457}{2,42}$	$\frac{314,75}{311,88}$	0,9
I-III*	$\frac{1,596}{1,52}$	$\frac{1,826}{1,75}$	$\frac{1,852}{1,81}$			$\frac{337,77}{325,33}$	3,8
I-III	$\frac{1,978}{1,93}$	$\frac{2,089}{2,04}$	$\frac{2,077}{1,99}$			$\frac{393,47}{381,69}$	3,1
I,III,V*	$\frac{1,751}{1,68}$		$\frac{1,659}{1,63}$		$\frac{1,670}{1,65}$	$\frac{325,35}{317,65}$	1,8
I,III,V	$\frac{2,078}{2,05}$		$\frac{2,138}{2,12}$		$\frac{2,078}{2,07}$	$\frac{403,05}{399,62}$	0,9
I-IV*	$\frac{1,258}{1,24}$	$\frac{1,474}{1,44}$	$\frac{1,433}{1,39}$	$\frac{1,454}{1,41}$		$\frac{359,82}{350,95}$	2,5
I-IV	$\frac{1,681}{1,66}$	$\frac{1,841}{1,83}$	$\frac{1,843}{1,75}$	$\frac{1,621}{1,56}$		$\frac{447,44}{435,49}$	2,8
I-V*	$\frac{1,100}{1,13}$	$\frac{1,297}{1,27}$	$\frac{1,119}{1,10}$	$\frac{1,084}{1,10}$	$\frac{1,146}{1,08}$	$\frac{367,97}{363,76}$	1,2
I-V	$\frac{1,398}{1,41}$	$\frac{1,568}{1,56}$	$\frac{1,616}{1,58}$	$\frac{1,568}{1,55}$	$\frac{1,398}{1,38}$	$\frac{483,38}{466,24}$	3,7

\*) Гидравлическая система разомкнута в сечении 16–16

Рассчитаем совместную работу питателей I, II и III. Слияние потоков будет, по-видимому, в питателе II. УБ для питателей I и II уже записаны – это выражения (10) и (11). УБ для питателя III (по пути через сечения 16–16, ..., 12–12):

$$H = H_0 + \left( \zeta_{cm} + \lambda \frac{l_z}{d} + 2\zeta \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left( \zeta_{6-16(16)}^{\circ} + \lambda \frac{l_{z-III}}{d_k} + 2\zeta \right) \alpha \frac{v_{16}^2}{2g} + \left( \zeta_{19} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{19}^2}{2g}, \quad (15)$$

УБ для питателя II (по пути через сечения 16–16, ..., 12–12, ..., 10–10):

$$H = H_0 + \left( \zeta_{cm} + \lambda \frac{l_z}{d} + 2\zeta \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left( \zeta_{6-16(16)}^{\circ} + \lambda \frac{l_{z-III}}{d_k} + 2\zeta \right) \alpha \frac{v_{16}^2}{2g} + \left( \zeta_{11} + \lambda \frac{l_{II-III}}{d_k} + \zeta \right) \alpha \frac{v_{11}^2}{2g} + \left( \zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{18}^2}{2g}. \quad (16)$$



В выражениях (15) и (16)  $\zeta_{19}$  – коэффициент сопротивления на ответвление части потока из сечения 12–12 коллектора в питатель III с выходным сечением 19–19;  $\zeta_{11}$  – коэффициент сопротивления на проход жидкости из сечения 12–12 в сечение 11–11 при ответвлении части потока из коллектора в питатель III. Эти коэффициенты подсчитываем по соотношениям (14) и (13).  $l_{II-III}$  – расстояние между питателями II и III, м;  $l_{II-III} = 0,255$  м.

Введём следующие обозначения:  $x_1 = v_{17}/v_{18}$ ,  $x_2 = v_{19}/v_{18}$ ,  $y = v_6/v_{16}$ ,  $w_1 = v_9/v_8$ ,  $w_2 = v_{11}/v_{12}$ . Расход жидкости в системе  $Q = v_{cm} S_{cm} = (v_{17} + v_{18} + v_{19}) S_n$ . Приведенные площади питателей будут такими:  $S_{np(17)} = S_n(x_1 + 1 + x_2)/x_1$ ,  $S_{np(18)} = S_n(x_1 + 1 + x_2)$ ,  $S_{np(19)} = S_n(x_1 + 1 + x_2)/x_2$ . И  $v_{cm} = v_5 = v_6 = v_{17} S_{np(17)} / S = v_{18} S_{np(18)} / S = v_{19} S_{np(19)} / S$ .

$$v_7 = \frac{v_{17} S_{np(17)}}{(1 + 1/y) S_\kappa} = \frac{v_{18} S_{np(18)}}{(1 + 1/y) S_\kappa}, \quad v_9 = \omega_1 v_7 = \omega_1 \frac{v_{17} S_{np(17)}}{(1 + 1/y) S_\kappa}, \quad v_{16} = \frac{v_{19} S_{np(19)}}{(1 + y) S_\kappa},$$

$$v_{11} = \omega_2 v_{16} = \omega_2 \frac{v_{19} S_{np(19)}}{(1 + y) S_\kappa}.$$

Принимаем для начала расчета  $x_1 = x_2 = 1$ ,  $y = 1$ ,  $\omega_1 = \omega_2 = 0,5$ . При этом  $\zeta_9 = \zeta_{11} = 0,4$ ,  $\zeta_{17} = \zeta_{19} = 0,552788$ , см. формулы (13) и (14). Все входящие в формулы (10), (11), (15), (16) абсолютные величины и отношения для  $v_{cm}$ ,  $v_7$ ,  $v_9$ ,  $v_{11}$  и  $v_{16}$  известны. Результаты расчетов:  $\zeta_{1-17(17)} = 2,100779$ ,  $\mu_{1-17(17)} = 0,567891$ ,  $v_{17} = 2,028722$  м/с,  $\zeta_{1-18(18)} = 1,801262$ ,  $\mu_{1-18(18)} = 0,597480$ ,  $v_{18} = 2,134426$  м/с,  $\zeta_{1-18(18)}^{(16-10)} = 2,224904$ ,  $\mu_{1-18(18)}^{(16-10)} = 0,556854$ ,  $v_{18}^{(16-10)} = 1,989297$  м/с,  $\zeta_{1-19(19)} = 2,459876$ ,  $\mu_{1-19(19)} = 0,537613$ ,  $v_{19} = 1,920559$ ,  $x_1 = 1,056318$ ,  $x_2 = 1,111356$ ,  $\omega_1 = 0,333064$ ,  $\omega_2 = 0,368622$ .

В кольцевой гидравлической системе потери напора  $h_{Z-II}$  от точки Z до питателя II по пути через сечения 7–7, 8–8 и 9–9 должны быть равны потерям напора  $h_{Z-II(16-10)}$  от точки Z до питателя II по пути через сечения 16–16, 15–15, 14–14, 13–13, 12–12, 11–11 и 10–10. Эти потери напора можно найти по следующим формулам:

$$h_{Z-II} = \left( \zeta_{6-7(7)}^\circ + \lambda \frac{l_{Z-1}}{d_\kappa} + \zeta \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} + \left( \zeta_9 + \lambda \frac{l}{d_\kappa} \right) \alpha \frac{v_9^2}{2g},$$

$$h_{Z-II(16-10)} = \left( \zeta_{6-16(16)}^\circ + \lambda \frac{l_{Z-III}}{d_\kappa} + 2\zeta \right) \alpha \frac{v_{16}^2}{2g} + \left( \zeta_{11} + \lambda \frac{l_{II-III}}{d_\kappa} + \zeta \right) \alpha \frac{v_{11}^2}{2g}.$$

Все величины в этих соотношениях известны. Находим, что  $h_{Z-II} = 0,193281$  м,  $h_{Z-II(16-10)} = 0,284975$  м, разность между ними  $h_{II} = -0,091694$  м.

Потери  $h_{Z-II}$  меньше, чем  $h_{Z-II(16-10)}$ , нужно увеличить скорости жидкости по пути через сечения 7–7, 8–8 и 9–9. Принимаем  $y = v_7/v_{16} = 1,1$ , а  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $w_1$  и  $w_2$  оставляем прежними. Повторяем расчет и получаем:  $h_{II} = -0,050511$  м. Изменяя  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y$ ,  $w_1$  и  $w_2$ , получаем, что при  $x_1 = 0,952169$ ,  $x_2 = 1,005885$ ,  $y = 1,253011$ ,  $w_1 = 0,421217$  и  $w_2 = 0,238346$   $h_{II} = 6,1 \cdot 10^{-7}$  м. Результаты расчетов и экспериментов (в знаменателе) – в табл. 2.  $\mu_{1-17(17)} = 0,553620$ ,  $\mu_{1-18(18)} = 0,584852$ ,  $\mu_{1-18(18)}^{(16-10)} = 0,584852$ ,  $\mu_{1-19(19)} = 0,581430$ . Как видно, коэффициенты  $\mu_{1-18(18)}$  и  $\mu_{1-18(18)}^{(16-10)}$ , подсчитанные для питателя II для разных потоков жидкости, получились одинаковыми.

Рассчитаем еще ЛС, состоящую из питателей I–V. УБ для сечений 1–1 и 17–17 питателя I уже записано – это выражение (10). УБ для сечений 1–1 и 18–18 питателя II:



$$H = H_0 + \left( \zeta_{cm} + \lambda \frac{l_z}{d} + 2\zeta \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left( \zeta_{6-7(7)}^\delta + \lambda \frac{l_{z-1}}{d_\kappa} + \zeta \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} + \left( \zeta_9 + \lambda \frac{l}{d_\kappa} \right) \alpha \frac{v_9^2}{2g} + \left( \zeta_{18} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{18}^2}{2g}. \quad (17)$$

УБ для сечений I-I чаши и I9-I9 питателя III:

$$H = H_0 + \left( \zeta_{cm} + \lambda \frac{l_z}{d} + 2\zeta \right) \alpha \frac{v_{cm}^2}{2g} + \left( \zeta_{6-7(7)}^\delta + \lambda \frac{l_{z-1}}{d_\kappa} + \zeta \right) \alpha \frac{v_7^2}{2g} + \left( \zeta_9 + \lambda \frac{l}{d_\kappa} \right) \alpha \frac{v_9^2}{2g} + \left( \zeta_{10} + \lambda \frac{l_{II-III}}{d_\kappa} + \zeta \right) \alpha \frac{v_{10}^2}{2g} + \left( \zeta_{nc} + \lambda \frac{l_n}{d_n} + 1 \right) \alpha \frac{v_{19}^2}{2g}. \quad (18)$$

В соотношениях (17) и (18)  $\zeta_{18}$  – коэффициент сопротивления на ответвление части потока из сечения 9-9 коллектора в питатель II с выходным сечением 18-18;  $\zeta_{10}$  – коэффициент сопротивления на проход жидкости из сечения 9-9 в сечение 10-10 при ответвлении части потока из коллектора в питатель II. Эти коэффициенты подсчитываем по зависимостям (13) и (14).

В этой системе  $v_7 = v_8 = v_{16} = v_{15}$ ,  $v_{17} = v_{21}$ ,  $v_{18} = v_{20}$ ,  $v_{10} = v_{11} = v_{13} = v_{12}$ , а  $v_{19} = 2v_{10}S_\kappa / S_n = 2v_{13}S_\kappa / S_n$ . Расход жидкости в системе  $Q = v_{cm}S = v_5S = v_6S = (2v_{17} + 2v_{18} + v_{19})S_n$ . Введём следующие обозначения:  $x_1 = v_{17}/v_{19}$ ,  $x_2 = v_{18}/v_{19}$ ,  $y = v_7/v_{16}$ ,  $w_1 = v_9/v_8$ ,  $w_2 = v_{10}/v_9$ . Приведенные площади питателей будут такими:  $S_{np(17)} = S_n(2x_1 + 2x_2 + 1)/x_1$ ,  $S_{np(18)} = S_n(2x_1 + 2x_2 + 1)/x_2$ ,  $S_{np(19)} = S_n(2x_1 + 2x_2 + 1)$ .  $v_9 = \omega_1 v_8 = \omega_1 \frac{0,5v_{17}S_{np(17)}}{S_\kappa}$ ,  $v_{10} = \omega_2 v_9 = v_{19}S_n / 2S_\kappa$ .

Понятно, что  $y = v_7/v_{16} = 1$ . Принимаем для начала расчета  $x_1 = x_2 = 1$  и  $\omega_1 = \omega_2 = 0,5$ . При этом  $\zeta_9 = \zeta_{10} = 0,4$ ,  $\zeta_{17} = \zeta_{18} = 0,552788$ , см. формулы (13) и (14). Все входящие в формулы (10), (17), (18) абсолютные величины и отношения для  $v_{cm}$ ,  $v_7$ ,  $v_8$ ,  $v_9$ ,  $v_{10}$  и  $v_{16}$  известны. Результаты расчетов:  $\zeta_{1-17(17)} = 4,560403$ ,  $\mu_{1-17(17)} = 0,424079$ ,  $v_{17} = 1,514973$  м/с,  $\zeta_{1-18(18)} = 4,701488$ ,  $\mu_{1-18(18)} = 0,418799$ ,  $v_{18} = 1,496111$  м/с,  $\zeta_{1-19(19)} = 4,411063$ ,  $\mu_{1-19(19)} = 0,429891$ ,  $v_{19} = 1,535736$  м/с,  $x_1 = 0,986480$ ,  $x_2 = 0,974198$ ,  $\omega_1 = 0,599102$ ,  $\omega_2 = 0,339167$ . Путем последовательных приближений определяем, что  $x_1 = 0,865254$ ,  $x_2 = 0,970101$ ,  $\omega_1 = 0,629498$ ,  $\omega_2 = 0,340113$ . Характеристики питателей следующие:  $\zeta_{1-17(17)} = 5,527488$ ,  $\mu_{1-17(17)} = 0,391406$ ,  $v_{17} = 1,398250$  м/с,  $\zeta_{1-18(18)} = 4,192775$ ,  $\mu_{1-18(18)} = 0,438834$ ,  $v_{18} = 1,567683$  м/с,  $\zeta_{1-19(19)} = 3,886899$ ,  $\mu_{1-19(19)} = 0,452359$ ,  $v_{19} = 1,616000$  м/с.

При заполнении объема A жидкость выливается из питателей сверху вниз. Время заполнения объема A  $t = W/Q$ , где W – величина объема, м<sup>3</sup>; Q – расход жидкости в ЛС, м<sup>3</sup>/с. Объем  $W = 16,69 \cdot 26,42 \cdot 11,9 = 5247,30$  см<sup>3</sup> =  $5247,30 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>. Расходы жидкости в зависимости от количества работающих питателей при заполнении объема A приведены в таблицах 1 и 2.

Результаты – в таблицах 3 и 4.  $t^* = \frac{t - t_{эксн}}{t_{эксн}} \cdot 100$ , %.

При заполнении жидкостью объема B под затопленный уровень (выше горизонтальных осей питателей) над питателями все время увеличивается уровень жидкости в форме, а напор в системе уменьшается от  $H - H_0$  до  $H - H_0 - l$ . Как известно (см.,



например, [24, 25]), в этом случае подсчитывается расчетный напор, который для объема  $B$  находится по следующему соотношению:

$$\sqrt{H_p} = \frac{\sqrt{H - H_0} + \sqrt{H - H_0 - l}}{2}. \quad (19)$$

Это точная формула для определения расчетного напора при заполнении формы с постоянным по высоте поперечным сечением. А выражение (4), например, для питателя I при разрыве гидравлической системы в сечении  $16-16$  нужно записать так:

$$v_{17} = \mu_{1-17(17)} \sqrt{2g/\alpha} \sqrt{H_p}. \quad (20)$$

По (19) находим, что  $\sqrt{H_p} = 0,809103 \text{ м}^{1/2}$ . Коэффициенты  $\zeta_{1-17(17)}$  и  $\mu_{1-17(17)}$  – прежние. Скорость  $v_{17} = 2,711237 \text{ м/с}$ ,  $Q_{17} = 173,632 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$ , время заполнения объема  $B$  из питателя I  $t = W/Q_{17} = 30,220611 \text{ с}$ .

	Расчетный напор	при	заполнении	объема	$C$
$\sqrt{H_p} = \frac{\sqrt{H - H_0 - l} + \sqrt{H - H_0 - 2l}}{2} = 0,731674$			$\text{м}^{1/2}$ ,	для	объема $D$
$\sqrt{H_p} = \frac{\sqrt{H - H_0 - 2l} + \sqrt{H - H_0 - 3l}}{2} = 0,644881$			$\text{м}^{1/2}$ ,	для	объема $E$
$\sqrt{H_p} = \frac{\sqrt{H - H_0 - 3l} + \sqrt{H - H_0 - 4l}}{2} = 0,544068$			$\text{м}^{1/2}$ ,	для	объема $F$
$\sqrt{H_p} = \frac{\sqrt{H - H_0 - 4l} + \sqrt{H - H_0 - 5l}}{2} = 0,418259$			$\text{м}^{1/2}$ ,	для	объема $B+C+D+E+F$
$\sqrt{H_p} = \frac{\sqrt{H - H_0} + \sqrt{H - H_0 - 5l}}{2} = 0,596502 \text{ м}^{1/2}$ .					

При работе нескольких питателей, например, питателей I–V, расход при заполнении объема  $B$ , находим по следующей формуле:  
 $Q = (\mu_{1-17(17)} + \mu_{1-18(18)} + \mu_{1-19(19)} + \mu_{1-20(20)} + \mu_{1-21(21)}) \sqrt{2g/\alpha} \sqrt{H_p} S_n$ . Составляя подобные выражения для различного количества питателей для разных участков формы, производим все необходимые вычисления. Результаты расчетов и экспериментов (в знаменателе) приведены в таблицах 3 и 4. Заметим, что подсчет времени заполнения для определенного количества питателей для объемов  $B, C, D, E$  и  $F$  в сумме дает такой же результат, как для объема  $B+C+D+E+F$  при  $\sqrt{H_p} = 0,596502 \text{ м}^{1/2}$ .

Таблица 3

Время заполнения при работе одного питателя

Пита- тели	Объемы заполнения							$\Delta t$ , %
	A	B	C	D	E	F	A–F	
I*	$\frac{30,22}{30,1}$	$\frac{31,59}{32,5}$	$\frac{34,94}{35,6}$	$\frac{39,64}{41,2}$	$\frac{46,98}{48,5}$	$\frac{61,12}{64,1}$	$\frac{244,49}{252,0}$	–3,0
	28,69 28,3	30,00 30,1	33,17 33,1	37,64 39,5	44,61 46,8	58,03 61,2	232,14 239,0	
II*	$\frac{30,42}{30,3}$	$\frac{31,80}{32,6}$	$\frac{35,16}{36,7}$	$\frac{39,89}{41,1}$	$\frac{47,29}{49,3}$	$\frac{61,51}{64,5}$	$\frac{246,07}{254,5}$	–3,3
	28,72 28,3	30,03 31,2	33,20 33,9	37,67 39,2	44,65 45,5	58,08 61,0	232,36 239,1	



III*	$\frac{31,58}{31,8}$	$\frac{33,01}{34,7}$	$\frac{36,51}{38,4}$	$\frac{41,42}{40,5}$	$\frac{49,10}{50,2}$	$\frac{63,86}{67,0}$	$\frac{255,48}{262,6}$	-2,9
III	$\frac{28,79}{29,1}$	$\frac{30,10}{30,2}$	$\frac{33,29}{35,0}$	$\frac{37,77}{39,0}$	$\frac{44,77}{47,0}$	$\frac{58,23}{61,2}$	$\frac{232,95}{241,5}$	-3,5
IV*	$\frac{32,70}{32,8}$	$\frac{34,19}{34,9}$	$\frac{37,81}{39,4}$	$\frac{42,89}{44,2}$	$\frac{50,84}{51,6}$	$\frac{66,13}{69,1}$	$\frac{264,57}{272,0}$	-2,7
IV	$\frac{28,72}{28,7}$	$\frac{30,03}{30,9}$	$\frac{33,20}{33,7}$	$\frac{37,67}{39,3}$	$\frac{44,65}{45,2}$	$\frac{58,08}{60,9}$	$\frac{232,36}{238,7}$	-2,7
V*	$\frac{32,88}{33,0}$	$\frac{34,38}{34,9}$	$\frac{38,01}{39,3}$	$\frac{43,13}{44,6}$	$\frac{51,12}{53,6}$	$\frac{66,50}{69,2}$	$\frac{266,02}{274,6}$	-3,1
V	$\frac{28,69}{28,5}$	$\frac{30,00}{30,2}$	$\frac{33,17}{34,2}$	$\frac{37,64}{38,0}$	$\frac{44,61}{46,7}$	$\frac{58,03}{60,9}$	$\frac{232,14}{238,5}$	-2,7

\*) Гидравлическая система разомкнута в сечении 16–16

Таблица 4

Время заполнения при работе нескольких питателей

Пита- тели	Объемы заполнения							$\Delta t$ , %
	A	B	C	D	E	F	A-F	
I, II*	$\frac{18,48}{17,8}$	$\frac{19,32}{20,2}$	$\frac{21,36}{22,2}$	$\frac{24,23}{25,6}$	$\frac{28,72}{30,0}$	$\frac{37,36}{39,1}$	$\frac{149,47}{154,9}$	-3,5
I, II	$\frac{16,51}{16,6}$	$\frac{17,27}{17,2}$	$\frac{19,09}{19,8}$	$\frac{21,66}{22,3}$	$\frac{25,68}{26,9}$	$\frac{33,40}{35,1}$	$\frac{133,61}{137,9}$	-3,1
I, III*	$\frac{18,56}{17,7}$	$\frac{19,40}{19,8}$	$\frac{21,45}{22,5}$	$\frac{24,34}{25,5}$	$\frac{28,85}{30,3}$	$\frac{37,53}{38,8}$	$\frac{150,13}{154,6}$	-4,5
I, III	$\frac{16,59}{16,2}$	$\frac{17,34}{17,4}$	$\frac{19,17}{19,8}$	$\frac{21,75}{22,5}$	$\frac{25,79}{27,0}$	$\frac{33,54}{35,1}$	$\frac{134,18}{138,0}$	-2,8
I, IV*	$\frac{18,64}{18,1}$	$\frac{19,48}{20,0}$	$\frac{21,54}{22,2}$	$\frac{24,44}{25,3}$	$\frac{28,97}{30,2}$	$\frac{37,69}{39,4}$	$\frac{150,77}{155,2}$	-2,9
I, IV	$\frac{16,32}{16,8}$	$\frac{17,06}{17,2}$	$\frac{18,87}{19,6}$	$\frac{21,41}{22,1}$	$\frac{25,37}{26,7}$	$\frac{33,00}{34,7}$	$\frac{132,02}{137,1}$	-3,7
I, V*	$\frac{18,67}{18,8}$	$\frac{19,52}{19,7}$	$\frac{21,59}{22,0}$	$\frac{24,49}{25,0}$	$\frac{29,03}{29,8}$	$\frac{37,76}{39,3}$	$\frac{151,06}{154,6}$	-2,3
I, V	$\frac{16,67}{16,4}$	$\frac{17,43}{17,5}$	$\frac{19,27}{18,8}$	$\frac{21,87}{22,3}$	$\frac{25,92}{27,2}$	$\frac{33,72}{34,7}$	$\frac{134,88}{136,9}$	-1,5
I-III*	$\frac{15,54}{16,2}$	$\frac{16,24}{17,0}$	$\frac{17,96}{18,7}$	$\frac{20,38}{21,1}$	$\frac{24,15}{25,2}$	$\frac{31,42}{32,9}$	$\frac{125,68}{131,1}$	-4,1
I-III	$\frac{13,34}{13,2}$	$\frac{13,86}{14,2}$	$\frac{15,33}{15,7}$	$\frac{17,39}{18,3}$	$\frac{20,69}{21,7}$	$\frac{26,82}{27,9}$	$\frac{107,36}{111,0}$	-3,3
I, III, V*	$\frac{16,13}{15,4}$	$\frac{16,86}{17,4}$	$\frac{18,65}{19,5}$	$\frac{21,16}{22,2}$	$\frac{25,08}{26,0}$	$\frac{32,62}{34,2}$	$\frac{130,48}{134,7}$	-3,1
I, III, V	$\frac{13,02}{13,7}$	$\frac{13,61}{14,1}$	$\frac{15,05}{15,2}$	$\frac{17,08}{17,9}$	$\frac{20,24}{21,1}$	$\frac{26,33}{26,9}$	$\frac{105,33}{108,9}$	-3,3



I-IV*	$\frac{14,58}{14,6}$	$\frac{15,25}{15,4}$	$\frac{16,86}{17,4}$	$\frac{19,13}{19,6}$	$\frac{22,67}{23,6}$	$\frac{29,49}{30,9}$	$\frac{117,98}{121,5}$	-2,9
I-IV	$\frac{11,72}{11,6}$	$\frac{12,26}{12,4}$	$\frac{13,55}{14,0}$	$\frac{15,38}{16,1}$	$\frac{18,23}{18,9}$	$\frac{23,71}{24,8}$	$\frac{94,85}{97,8}$	-3,0
I-V*	$\frac{14,26}{15,0}$	$\frac{14,91}{15,5}$	$\frac{16,49}{17,3}$	$\frac{18,70}{19,6}$	$\frac{22,17}{23,2}$	$\frac{28,84}{29,6}$	$\frac{115,37}{120,2}$	-4,0
I-V	$\frac{10,86}{10,7}$	$\frac{11,35}{11,2}$	$\frac{12,25}{12,6}$	$\frac{14,24}{15,0}$	$\frac{16,88}{17,6}$	$\frac{21,95}{22,9}$	$\frac{87,82}{90,0}$	-2,4

\*) Гидравлическая система разомкнута в сечении 16–16

### Результаты исследований и их обсуждение

При сливе жидкости из питателей сверху в форму (при заполнении объема А) расчетные значения расходов больше опытных на 0,9–4,9 %. При заполнении под затопленный уровень теоретические величины времени заполнения под уровень меньше экспериментальных на 2,7–4,5 %, т.е. опытные расходы при заполнении под уровень меньше расчетных. Надо иметь ввиду, что это небольшие отклонения расчетных данных от опытных. В целом можно считать, что получено хорошее соответствие теоретических и экспериментальных результатов исследований.

При расчете работы кольцевой ЛС в случае слива жидкости из питателей сверху вниз составляем УБ для каждого питателя, задаемся отношениями скоростей между питателями и методом последовательных приближений добиваемся равенства заданных и получившихся в результате расчета отношений скоростей. При расчете заполнения формы под затопленный уровень берем коэффициенты сопротивлений и расхода, полученные при расчете слива сверху вниз из питателей. Оказалось, что они не меняются при переходе от слива сверху вниз из питателей к заполнению формы под затопленный уровень.

Как видно, заполнение формы жидкостью под затопленный уровень поддается расчету. До затопления отверстия питателя поднимающейся в форме жидкостью истечение из питателя происходит при постоянном напоре, а после затопления истечение идет при переменном напоре, величина которого подсчитывается по формуле для расчетного напора. Для каждого объема находится свой расчетный напор.

Предлагаемая методика расчета учитывает количество работающих питателей, замкнутость или разомкнутость ЛС, заполнение формы при сливе жидкости из питателей сверху вниз или под затопленный уровень. Причем при заполнении под затопленный уровень сохраняются зависимости, полученные при расчете слива из питателей сверху вниз в форму.

В ЛС столько же коэффициентов расхода, сколько в ней питателей. Причем они могут быть все одинаковыми, разными, попарно одинаковыми и т.п.

Заметим, что питатели “знают” друг о друге, так как включение или выключение хотя бы одного питателя приводит к перестройке работы всей гидравлической системы. Причем экспериментально процесс истечения жидкости устанавливается очень быстро, за 5–10 с, даже при резком “перекосе” в системе, когда работает, например, только питатель I.

В расчетах учитываются, кроме 2-х обычных гидравлических потерь – на трение по длине и в местных сопротивлениях, – потери на изменение напора (на деление потока, ответвление части потока из коллектора в питатель, на проход из одного сечения коллектора в другое при отделении части потока в питатель), подсчитываемые по соотношениям (8), (13) и (14). Суммирование потерь на изменение напора с потерями на трение по длине и в местных сопротивлениях теоретически не обосновано. Однако пока не получено экспериментальных данных, противоречащих данному допущению.



Введено понятие “приведенная площадь питателей”: принято, что математически все питатели имеют разные площади поперечных сечений, а скорости жидкости в них одинаковые. Физически же, конечно, все питатели имеют одинаковые площади поперечных сечений, а скорости жидкости в них разные. Приведенная площадь питателей, расчетный напор, уравнение Бернулли для потока с переменным расходом, метод последовательных приближений при определении отношений скоростей в питателях – вот на чем основывается расчет литниковой системы.

Так о чем же идет речь? Например, в случае работы всех семи питателей записываем для каждого из них УБ для сечений  $I-I$  и  $Z-Z$ . Или можно записать УБ для сечения  $I-I$  и любого сечения ЛС, или двух любых сечений, хотя расходы жидкости в этих сечениях могут отличаться во много раз. То есть мы *используем уравнение Бернулли для сечений потока с разными расходами* и, как это ни удивительно, эксперименты подтверждают данное, казалось бы, абсурдное допущение. И за счет этого стал возможным расчет ЛС. Безо всяких

дополнительных принципов. Только очевидное:  $Q = \sum_{i=1}^n Q_i$ , где  $Q_i$  – расход жидкости в  $i$ -том питателе. В любом сечении гидравлической системы действует  $H$  в виде суммы скоростного и пьезометрического напоров и потерь напора – с учетом разности расстояний по высоте между сравниваемыми сечениями.

Уравнение Бернулли выведено для элементарной струйки идеальной (“сухой”) жидкости при установившемся движении строго теоретически, без привлечения экспериментальных данных [17, с. 95–97]:  $h + p/\gamma + v^2/2g = \text{const}$  (вдоль струйки), где  $h$  – превышение сечения над плоскостью сравнения. Однако для потока реальной (вязкой) жидкости при установившемся движении приходится вводить потери напора на трение и в местных сопротивлениях и коэффициент неравномерности распределения скорости по сечению потока  $\alpha$  [17, с. 108–111]. Причем для определения потерь на трение находят экспериментально коэффициент потерь  $\lambda$ , а для потерь в местных сопротивлениях – коэффициенты местных сопротивлений  $\zeta$ . Коэффициенты  $\lambda$  и  $\zeta$  зависят от скорости движения потока, шероховатости поверхности трубы и др. То есть уравнение Бернулли становится расчетно-экспериментальным. И расширение поля его работы на потоки с переменным расходом жидкости с использованием экспериментальных формул (8), (13) и (14) не должно вызывать возражений.

Уравнение Бернулли выведено для потока жидкости с постоянным расходом, при отсутствии раздачи потока по питателям, то есть при работе только одного питателя. Как видно, УБ можно применять и для потока с переменным расходом и даже при заполнении формы под затопленный уровень, как показано в настоящей статье на примере такой сложной системы как кольцевая. Попытки обосновать применение уравнения Бернулли для потоков с переменным расходом ведутся уже давно. Но пока успехов достигнуто не было. Поэтому нужно, не дожидаясь решения этой, казалось бы, простой задачи, использовать УБ для расчетов многопитательных ЛС, что уже доказано тысячами опытов на воде и жидком алюминиевом сплаве АК12.

А уравнение Бернулли, выведенное для частного случая – для системы с одним питателем, работает и в такой сложной многопитательной системе как кольцевая. И эта система поддается расчету. Хотя УБ выведено теоретически для ЛС с одним питателем. Почему это происходит – непонятно.

С учётом ранее исследованных ЛС, перечисленных во введении, можно считать доказанной возможность использования уравнения Бернулли к сечениям потока с разными расходами, то есть для расчетов многопитательных литниковых систем.

## Заключение

Таким образом, впервые теоретически и экспериментально исследовано заполнение литейной формы жидкостью через кольцевую литниковую систему. Для расчетов заполнения



формы под затопленный уровень используются коэффициенты сопротивлений и расхода, полученные при расчете слива сверху из питателей в форму. При расчёте такой многопитательной гидравлической системы с изменяющимся расходом жидкости использовали уравнение Бернулли, хотя оно получено в теории и проверено на практике для потока жидкости с постоянным расходом, т.е. для ЛС с одним питателем. Получено хорошее соответствие опытных и расчетных данных.

#### **Список литературы:**

1. Васенин В.И. Особенности расчета расхода металла в литниковых системах // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 1988. – № 1. – С. 103–106.
2. Васенин В.И. Расчет расхода металла в разветвленной литниковой системе // Литейное производство. – 2007. – № 4. – С. 5–8.
3. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Research of cross gating system // Science and Education: materials of the III international research and practice conference, vol. I. – Munich: Vela Verlag, 2013. – P. 194–205.
4. Патент РФ на полезную модель № 116237 от 11.01.2012 “Стенд для исследования литниковых систем” / Васенин В.И., Богомягков А.В., Шаров К.В. // Изобретения. Полезные модели. – 2012. – № 14. – С. 137.
5. Васенин В.И., Богомягков А.В., Исламов И.Р., Шаров К.В. Теоретическое и экспериментальное исследование ярусной литниковой системы // Master’s Journal (Пермь). – 2013. – № 1. – С. 42–73. – URL: <http://vestnik.pstu.ru/mj/about/inf/>
6. Патент РФ на полезную модель № 114894 от 5.12.2011 “Стенд для исследования литниковых систем” / Васенин В.И., Богомягков А.В., Шаров К.В. // Изобретения. Полезные модели. – 2012. – № 11. – С. 49.
7. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V. Investigation of the operation of a ring-shaped gating system // Austrian Journal of Technical and Natural Sciences. – 2016. – № 9–10. – P. 18–28.
8. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V. Investigation of the work of the double-ring-shaped gating system with central sprue // Eastern European Scientific Journal. – 2018. – № 1. – P. 138–160.
9. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V. Investigation of the work on the P-shaped gating system // Austrian Journal of Technical and Natural Sciences. – 2017. – № 1–2. – P. 38–50.
10. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Research of gating system with collector of variable cross-section // Science, Technology and Higher Education: materials of the II international research and practice conference, vol. II. – Westwood (Canada): Accent Graphics communications, 2013. – P. 250–260.
11. Васенин В.И., Богомягков А.В. Исследование работы литниковой системы с двумя стояками // Литейное производство. – 2018. – № 8. – С. 10–13.
12. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V. Study of the work on the gating system with sprues of different height // Austrian Journal of Technical and Natural Sciences. – 2018. – № 7–8. – P. 20–28.
13. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Investigating work of vertical double-ring-shaped gating system // Eastern European Scientific Journal. – 2019. – № 4. – P. 26–40.
14. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Study of the combined operation of the ring-shaped gating system and the step gating system // Austrian Journal of Technical and Natural Sciences. – 2019. – № 1–2. – P. 10–19.
15. Васенин В.И., Богомягков А.В., Шаров К.В. Исследование совместной работы кольцевой и разветвленной литниковых систем // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение. – 2020. – Том 22. – № 3. – С. 76–88.
16. Меерович И.Г., Мучник Г.Ф. Гидродинамика коллекторных систем. – М.: Наука, 1986. – 144 с.
17. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – М.: изд-во “Бастет”, 2008. – 672 с.



18. Токарев Ж.В. К вопросу о гидравлическом сопротивлении отдельных элементов незамкнутых литниковых систем // Улучшение технологии изготовления отливок. – Свердловск: изд-во Уральского политехнического института, 1966. – С. 32–40.
19. Jonekura Koji (et al.) Calculation of amount of flow in gating systems for some automotive castings // The Journal of the Japan Foundrymen's Society. – 1988. – Vol. 60. – № 8. – P. 326–331.
20. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1992. – 672 с.
21. Васенин В.И., Васенин Д.В., Богомягков А.В., Шаров К.В. Исследование местных сопротивлений литниковой системы // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение. – 2012. – Т. 14. – № 2. – С. 46–53.
22. Васенин В.И., Богомягков А.В., Шаров К.В. Определение гидравлического сопротивления питателя в кольцевой литниковой системе // Литейное производство. – 2018. – № 10. – С. 14–16.
23. Васенин В.И., Богомягков А.В., Шаров К.В. Исследования L-образных литниковых систем // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение. – 2012. – Т. 14. – № 4. – С. 108–122.
24. Штеренлихт Д.В. Гидравлика. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 640 с.
25. Васенин В.И., Голубцов С.А. Определение напора и суммарной площади питателей литниковой системы // Вестник Пермского государственного технического университета. Машиностроение, материаловедение. – 2007. – № 3 (10). – С. 76–81.

#### References:

1. Vasenin V.I. Osobennosti rascheta rashoda metalla v litnikovyyh sistemah [Features of the calculation flow of metal in the runner system]. *Izvestiia vysshih uchebnyh zavedenii. Mashinostroenie*, 1988, no. 1, pp. 103–106.
2. Vasenin V.I. Raschet rashoda metalla v razvetvionnoi litnikovoi sisteme [The calculation of the metal in the runner system branched]. *Liteinoe proizvodstvo*, 2007, no. 4, pp. 5–8.
3. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Research of cross gating system. *Science and Education: materials of the III international research and practice conference*, vol. I. Munich: Vela Verlag, 2013, pp. 194–205.
4. Patent RF na poleznuiu model № 116237 ot 11.01.2012 Stend dlia issledovaniia litnikovyyh sistem [Stand for investigation of the gating systems]. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. *Izobreniia. Poleznye modeli*, 2012, no. 14, p. 137.
5. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Islamov I.P., Sharov K.V. Teoreticheskoe i eksperimental'noe issledovanie iarusnoi litnikovoi sistemy [Theoretical and experimental investigation into a step gating system]. *Master's Journal (Perm)*. 2013, no. 1, pp. 42–73. – URL: <http://vestnik.pstu.ru/mj/about/inf/>
6. Patent RF na poleznuiu model № 114894 ot 5.12.2011 Stend dlia issledovaniia litnikovyyh sistem [Stand for investigation of gating systems]. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. *Izobreniia. Poleznye modeli*, 2012, no. 14, p. 49.
7. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V. Investigation of the operation of a ring-shaped gating system. *Austrian Journal of Technical and Natural Sciences*, 2016, no 9–10, pp. 18–28.
8. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V. Investigation of the work of the double-ring-shaped gating system with central sprue. *Eastern European Scientific Journal*, 2018, no. 1, pp. 138–160.
9. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V. Investigation of the work on the P-shaped gating system. *Austrian Journal of Technical and Natural Sciences*, 2017, no. 1–2. – P. 38–50.
10. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Research of gating system with collector of variable cross-section. *Science, Technology and Higher Education: materials of the II*



international research and practice conference, vol. II. – Westwood (Canada): Accent Graphics communications, 2013, pp. 250–260.

11. Vasenin B.I., Bogomyagkov A.V. Issledovanie raboty litnikovoi sistemy s dvumia stoiakami [Investigation of the work on the gating system with two sprues]. *Liteinoe proizvodstvo*, 2018, no. 8, pp. 10–13.

12. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V. Study of the work on the gating system with sprues of different height. *Austrian Journal of Technical and Natural Sciences*, 2018, no. 7–8, pp. 20–28.

13. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Investigating work of vertical double-ring-shaped gating system. *Eastern European Scientific Journal*, 2019, no. 4, pp. 26–40.

14. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Study of the combined operation of the ring-shaped gating system and the step gating system. *Austrian Journal of Technical and Natural Sciences*, 2019, no. 1–2, pp. 10–19.

15. Vasenin V.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Issledovanie sovместnoi raboty kol'cevoi i razvetvlennoi litnikovoyh system [Investigating of the common work on the ring-shaped gating system and branched gating system] // *Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politehnicheskogo universiteta. Mashinostroenie, materialovedenie*, 2020, vol. 22, no. 3, pp. 76–88.

16. Meerovich I.G., Muchnik G.F. Gidrodinamika kollektornyh sistem [Hydrodynamics of collecting systems]. Moscow: Nauka, 1986, 144 p.

17. Chugaev R.R. Gidravlika [Hydraulics]. Moscow: Bastet, 2008, 672 p.

18. Tokarev J.V. K voprosu o gidravlicheskom soprotivlenii otdel'nyh elementov nezamknytyh litnikovoyh sistem [On the hydraulic resistance of the individual elements of unclosed gating systems]. *Uluchshenie tekhnologii izgotovleniia otlivok*. Sverdlovsk: Izdatel'stvo UPI, 1966, pp. 32–40.

19. Jonekura K. et al. Calculation of amount of flow in gating systems for some automotive castings. *The Journal of the Japan Foundrymen's Society*, 1988, vol. 60, no. 8, pp. 326–331.

20. Idel'chik I.E. Spravochnik po gidravlicheskim soprotivleniiam [Handbook of hydraulic resistances]. Moscow: Mashinostroenie, 1992, 672 p.

21. Vasenin B.I., Vasenin D.V., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Issledovanie mestnyh soprotivlenii litnikovoi sistemy [Research of the local resistances in the gating system]. *Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politehnicheskogo universiteta. Mashinostroenie, materialovedenie*, 2012, vol. 14, no. 2, pp. 46–53.

22. Vasenin B.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Opredelenie gidravlicheskogo soprotivleniia pitatelya v kol'cevoi litnikovoi sisteme [Definition of the hydraulic resistance of the feeder in the ring-shaped gating system]. *Liteinoe proizvodstvo*, 2018, no. 10, pp. 14–16.

23. Vasenin B.I., Bogomyagkov A.V., Sharov K.V. Issledovaniia L-obraznyh litnikovoyh sistem [Research of L-shaped gating systems]. *Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politehnicheskogo universiteta. Mashinostroenie, materialovedenie*, 2012, vol. 14, no. 4, pp. 108–112.

24. Shterenliht D.V. Gidravlika [Hydraulics]. Moscow, Energoatomizdat, 1984, 640 p.

25. Vasenin V.I., Golubcov S.A. Opredelenie napora i summarnoi ploshadi pitatelya litnikovoi sistemy [Determination of the head and summary area feeders of the gating system]. *Vestnik Permskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Mashinostroenie, materialovedenie*, 2007, no. 3(10), pp. 76–81.

